

Nome _____ Cognome _____

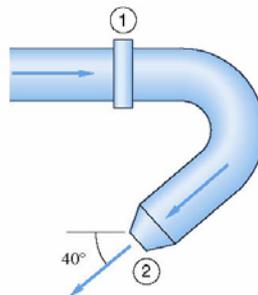
Matricola _____

II ESONERO DI IDRAULICA (IDRODINAMICA)

Politecnico di Bari, II Facoltà di Ingegneria - Taranto, Corso di Idraulica, A.A. 2011-2012
Ingegneria Civile e per l'Ambiente e il Territorio

Esercizio 1

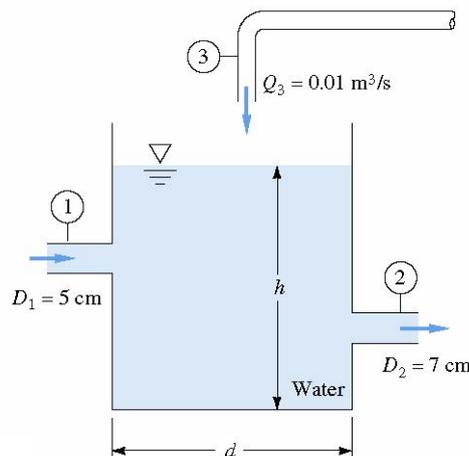
La figura rappresenta un tubo a gomito su un piano orizzontale con getto effluente liberamente in atmosfera nella sezione 2. Si calcoli la forza agente sulla flangia 1 per effetto della presenza del tubo a gomito. Si trascuri il peso e si ipotizzi che il fluido sia acqua con densità $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, il diametro $D_1=10 \text{ cm}$, il diametro $D_2=3 \text{ cm}$, la pressione relativa nel baricentro della sezione 1 sia $p_1=2.3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.



Esercizio 2

Il serbatoio cilindrico di diametro d a superficie libera in figura contiene acqua con peso specifico $\gamma=9800 \text{ N/m}^3$. Assumendo che il fluido sia incompressibile, si risponda alle seguenti domande:

- 1) Considerando le portate di ingresso Q_1 e Q_3 e di uscita Q_2 si stabilisca come varia l'altezza h in funzione del tempo t a livello letterale, ossia si stabilisca la legge dh/dt .
- 2) Successivamente, ipotizzando che il livello h sia costante e supponendo che il tubo 1 sia caratterizzato da diametro $D_1=5 \text{ cm}$ e velocità $V_1=3 \text{ m/s}$, il diametro 2 sia caratterizzato da diametro $D_2=7 \text{ cm}$ e che la portata Q_3 sia uguale a $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$, si calcoli la velocità V_2 .



Nome _____ Cognome _____

Matricola _____

Risoluzione dell'esercizio 1

Utilizzando l'equazione globale dell'equilibrio dinamico applicata al volume di controllo rappresentato dal tubo a gomito, potrà scriversi

$$\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \underset{\substack{\text{trascurabile} \\ \text{come indicato} \\ \text{dalla traccia}}}{\vec{G}} + M_{e1} - M_{u2} + \underset{\substack{\text{nullo} \\ \text{per l'ipotesi} \\ \text{di moto} \\ \text{permanente}}}{\vec{I}} = \mathbf{0}$$

in cui Π_1 , Π_2 e Π_3 sono forze di superficie riferite, rispettivamente, alla sezione circolare 1 di ingresso del fluido nel volume di controllo, alla sezione circolare 2 di uscita del getto in atmosfera (pertanto è nulla) e alla superficie laterale 3 del tubo a gomito. Tenuto conto di quanto sopra scritto, dell'ipotesi di moto permanente (per cui $\mathbf{I}=\mathbf{0}$) e trascurando il peso, si ha

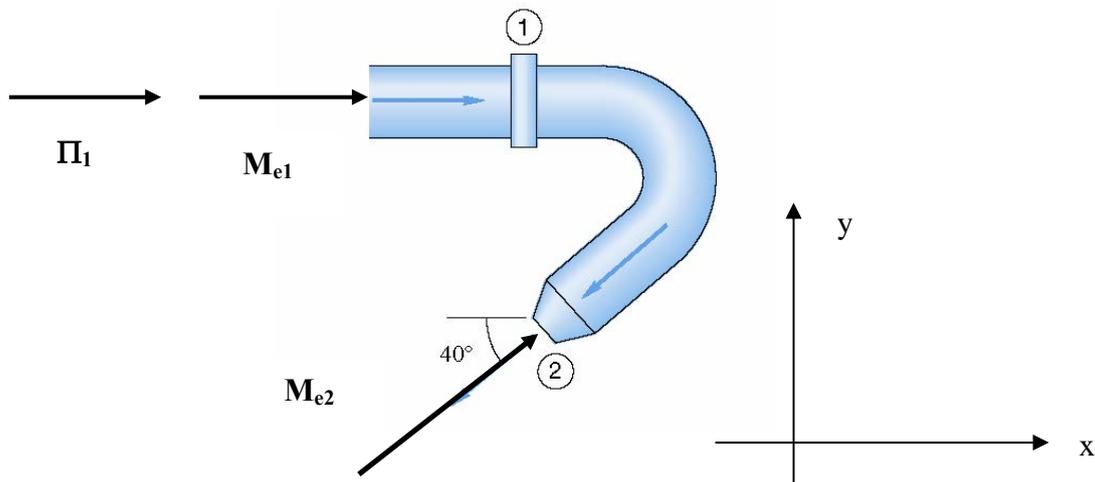
$$\Pi_1 + \Pi_3 + M_{e1} - M_{u2} = 0$$

Osservando che la spinta cercata è

$$S = -\Pi_3$$

si ottiene

$$S = \Pi_1 + M_{e1} - M_{u2}$$



Circa i moduli si ha

$$|\Pi_1| = p_1 A_1 = 2.3 \cdot 10^5 \frac{\pi D_1^2}{4} = 1806 \text{ N}$$

Nome _____ Cognome _____

Matricola _____

$$|\mathbf{M}_{e1}| = \rho \frac{Q^2}{A_1}$$

$$|-\mathbf{M}_{u2}| = \rho \frac{Q^2}{A_2}$$

Si osserva che

$$A_1 = 0.007854 \text{ m}^2; A_2 = 0.0007069 \text{ m}^2.$$

Al fine di poter ottenere il valore della portata si applica l'estensione del teorema di Bernoulli alle correnti tra le sezioni 1 e 2, ottenendo

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{1}{2g} \left(\frac{Q^2}{A_1^2} \right) = z_2 + \underbrace{\frac{p_2}{\gamma}}_{\text{nulla per efflusso in atmosfera}} + \frac{1}{2g} \left(\frac{Q^2}{A_2^2} \right)$$

Poiché $z_1 = z_2$, l'unica incognita è data da Q , che risulta essere uguale a $0.01522 \text{ m}^3/\text{s}$. Pertanto si ottiene

$$|\mathbf{M}_{e1}| = 29.5 \text{ N}$$

$$|-\mathbf{M}_{u2}| = 327.8 \text{ N}$$

Assumendo i versi degli assi x ed y come in figura, si ha che le componenti S_x ed S_y della spinta sono

$$S_x = +|\mathbf{\Pi}_1| + |\mathbf{M}_{e1}| + |-\mathbf{M}_{u2}| \cos 40^\circ = 2087 \text{ N}$$

$$S_y = +|-\mathbf{M}_{u2}| \sin 40^\circ = 210.7 \text{ N}$$

Si ricava che

$$|\mathbf{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = 2087 \text{ N}$$

la quale è la forza agente sulla flangia 1.

Risoluzione dell'esercizio 2

Il volume W di acqua contenuto nel del cilindro è dato da

$$W = \frac{\pi d^2}{4} h.$$

Tenuto conto che il liquido può considerarsi incomprimibile e che la somma tra le portate entranti ed uscenti rappresentano la variazione di tale volume nel tempo, potrà scriversi che

$$Q_1 + Q_3 - Q_2 = \frac{dW}{dt} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{dh}{dt}$$

Nome _____ Cognome _____

Matricola _____

Pertanto, la relazione cercata è la seguente

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{\pi d^2} (Q_1 + Q_3 - Q_2).$$

Nel caso in cui h sia costante, necessariamente la somma delle portate entranti ($Q_1 + Q_3$) dovrà uguagliare la portata uscente Q_2 , come è evidente anche dalla precedente relazione al fine di rendere nulla la derivata di h rispetto al tempo t . Pertanto, si avrà

$$Q_1 + Q_3 = Q_2$$

ossia

$$V_1 \frac{\pi d_1^2}{4} + Q_3 = V_2 \frac{\pi d_2^2}{4}$$

da cui si ricava $V_2 = 4.13$ m/s.