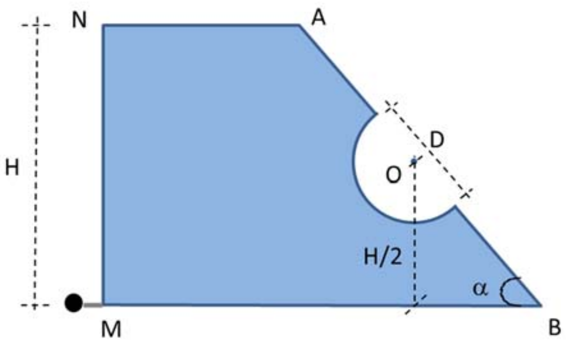
POLITECNICO DI BARI
DICATECh
Corso di Laurea in Ingegneria Ambientale e del Territorio
IDRAULICA AMBIENTALE   A.A. 2015/2016

I esonero (statica dei fluidi)

Un serbatoio chiuso avente altezza H=3 m e profondità L=2 m (nel senso ortogonale al foglio) contiene acqua in pressione (γ=9806N/m^3), come indicato in figura.

La parete inclinata (α=45°) presenta una parte convessa, costituita da una semisfera di diametro D=1 m, con centro O distante H/2 dalla base del serbatoio. Un manometro misura alla base del serbatoio una pressione p_M=1.1 x 10^5 Pa.

1) Si determini la posizione h_f del piano dei carichi idrostatici relativi rispetto al fondo.
2) Si determini (in modulo, direzione e verso) la spinta esercitata dall'acqua sulla semisfera.
3) Si disegni infine il diagramma delle pressioni esercitate sulla parete verticale MN, la spinta S_{MN} esercitata su questa parete e la posizione del centro di spinta.



SOLUZIONE

1) La posizione del p.c.i.r. rispetto al fondo è data da:

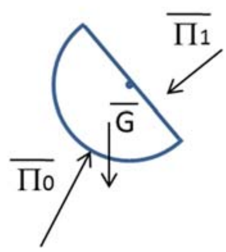
$h_f = p_M / \gamma$ =11.22m

2) La pressione nel punto O vale:

$p_O = p_M - \gamma H/2$ =95291 N/m^2

La spinta $\overline{S}$ esercitata dall'acqua sulla semisfera si ottiene applicando l'equazione globale della statica al volume di controllo scelto, ovvero alla semisfera:

$\overline{G} + \overline{\Pi_1} + \overline{\Pi_0} = 0$



E quindi (caso di convessità verso l'acqua) risulta:

$\overline{S} = \overline{\Pi_0} = -\overline{G} - \overline{\Pi_1}$

Detta A_{EF} l'area del cerchio

$A_{EF} = \frac{\pi D^2}{4}$ =0.79 m²

Si nota che la spinta $\overline{\Pi_1}$ è la spinta esercitata dall'acqua sulla superficie piana EF, cioè:

$\left|\overline{\Pi_1}\right| = p_O A_{EF}$ =74841.38 N

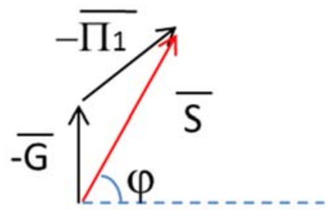
Il peso del volume di controllo è dato da:

$\left|\overline{G}\right| = \gamma W$ = 2567.20 N

Dove W è il volume della semisfera:

$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3$ = 0.26 m³

A questo punto, sommando i vettori $-\overline{G} - \overline{\Pi_1}$ si ottiene $\overline{S}$ che avrà componente orizzontale S_O e verticale S_V tali che:



$So = \left|-\overline{\Pi_1}\right| \cos(45°)$ = 52920.84 N

$Sv = \left|-\overline{G}\right| + \left|-\overline{\Pi_1}\right| sen(45°)$ = 2567.20+52920.84 =55488.05 N

essendo $\left|-\overline{\Pi_1}\right| \cos(45°)$ =52920.84 N

e $\left|-\overline{\Pi_1}\right| sen(45°)$ =52920.84 N

Quindi il modulo di $\overline{S}$ è

$\left|\overline{S}\right| = \sqrt{So^2 + Sv^2}$ = 76678.15 N

Detto φ l'angolo che $\overline{S}$ forma con l'orizzontale, la sua direzione è definita da:

$tg\varphi = \frac{Sv}{So}$ =1.05

ovvero φ=46.36°

Ovviamente è diretta come $\overline{\Pi_0}$, cioè verso l'esterno del serbatoio.

3) Il diagramma delle pressioni su MN è trapezio.

La spinta su MN è data dall'area di questo diagramma per la profondità del serbatoio:

$S_{MN} = (p_M + p_N) \cdot \mathrm{H}/2 \cdot L$ = 571746 N

Dove la pressione p_N vale

$p_N = p_M - \gamma H$ = 80582 N/m^2

La posizione del centro di questa spinta rispetto al piano dei carichi idrostatici relativi è data da:

$$x_C = \frac{2}{3}\frac{x_M^3 - x_N^3}{x_M^2 - x_N^2}$$

Con x_M=h_f = 11.22 m

e x_N=(H-h_f)= 8.22 m

Quindi x_C= 9.79 m

Tale spinta S_{MN} è orizzontale e diretta verso l'esterno del serbatoio.