POLITECNICO DI BARI
DICATECh
Corso di Laurea in Ingegneria Ambientale e del Territorio
IDRAULICA AMBIENTALE   A.A. 2015/2016

II esonero (spinte dinamiche)

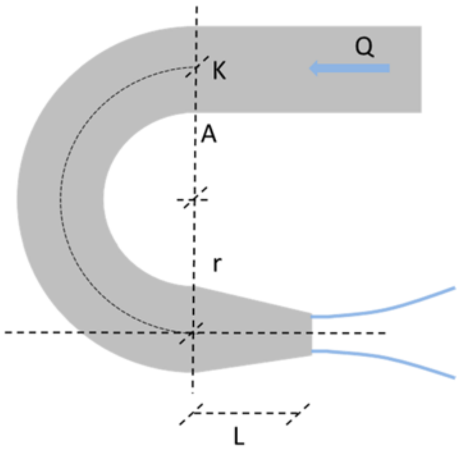
Nel piano verticale, un pezzo speciale di una tubazione, ovvero una curva a 180° che termina con un convergente, immette in atmosfera un getto d'acqua (γ=9806 N/m^3), come indicato in figura.

Il valore della pressione nel baricentro K della sezione A-A è p_K=200000 Pa.

Si determini la spinta esercitata dall'acqua sulla porzione di tubazione a valle della sezione A-A, costituita cioè dalla curva e dal convergente.

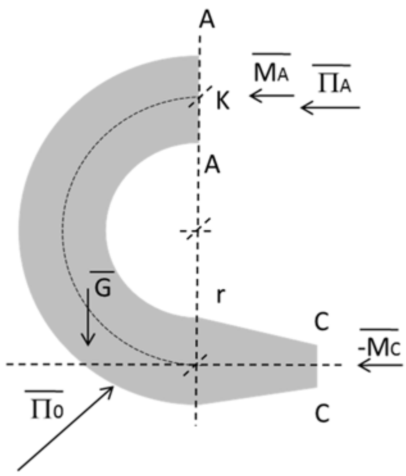
Siano D_1 = 300mm e D_2 = 150mm rispettivamente il diametro maggiore e minore del convergente, L = 0.6m la lunghezza del convergente e r = 2m il raggio della curva.

Si consideri per semplicità la sezione contratta coincidente con la sezione terminale del convergente e si ponga Cc=1. Si ipotizzi infine il liquido perfetto e incomprimibile ed il moto permanente e assolutamente turbolento.



SOLUZIONE

Devo applicare l'equazione globale dell'equilibrio dinamico ad un volume di controllo. In questo caso scelgo proprio il volume di controllo formato dalla curva insieme al convergente, delimitato perciò dalle sezioni A-A e sezione terminale del convergente C-C (che per ipotesi coincide con la sezione contratta).



Scrivo che:

$$\overline{G}+\overline{\Pi_A}+\overline{\Pi_C}+\overline{\Pi_0}+\overline{M_A}-\overline{M_C}+\overline{I}=0$$

dove posso considerare $\overline{I}$ =0 perché il moto è permanente.

La spinta cercata è quindi:

$\overline{S} = -\overline{\Pi_0} = \overline{G} + \overline{\Pi_A} + \overline{\Pi_C} + \overline{M_A} - \overline{M_C}$

L'espressione precedente si semplifica ancora perché la pressione in tutti i punti della sezione contratta è atmosferica, pertanto: $\overline{\Pi_C}$ =0

Detta A_A l'area della sezione trasversale della curva, si ha

$A_A = \pi D_1^2 / 4$ =0.071 m^2

Calcolo $\overline{\Pi_A}$:

$\overline{\Pi_A} = p_K A_A$ =14137.17 N

Calcolo

$\left|\overline{G}\right| = \gamma W$

dove W è somma del volume della curva W_{cur} e del volume del tronco di cono W_{tc}:

$W_{cur} = \pi \frac{D_1^2}{4} \cdot \pi r$ = 0.444 m^3

$W_{tc} = \frac{\pi L}{3}\left[\left(\frac{D_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{D_1}{2} \cdot \frac{D_1}{2}\right)\right]$ = 0.025 m^3

e quindi : W= 0.469 m^3 e $\left|\overline{G}\right|$ = 4597.76 N

Per ricavare i flussi di quantità di moto devo conoscere la portata. Perciò applico il teorema di Bernoulli alla corrente tra le sezioni A-A e sezione contratta C-C, considerando come asse z=0 l''asse che passa per il centro della sezione C-C:

$$z_K + \frac{p_K}{\gamma} + \alpha \frac{V_A^{\;2}}{2g} = z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \alpha \frac{V_C^{\;2}}{2g}$$

Osservo che:

z_K=2r, p_C=0 e α=1 nell'ipotesi di moto assolutamente turbolento.

Inoltre sono:

$V_A = \frac{Q}{A_A}$ e $V_C = \frac{Q}{A_C}$ dove è $A_C = C_C \pi D_2^2 / 4$ = 0.018 m^2

Quindi sostituendo nell'equazione di Bernoulli, ottengo:

$$2r + \frac{p_K}{\gamma} + \frac{Q^2}{2gA_A^2} = \frac{Q^2}{2gA_C^2}$$

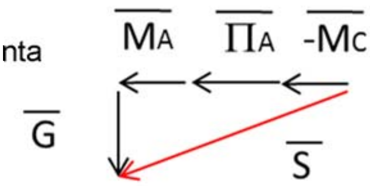
Da cui ricavo Q:

$$Q = \sqrt{\frac{2r + \frac{p_K}{\gamma}}{\left(\frac{1}{2gA_C^2} - \frac{1}{2gA_A^2}\right)}} \ = \ 0.399 \text{ m}^3/\text{s}$$

Quindi:

$$\left|\overline{M}_A\right| = \rho Q V_A = \rho \frac{Q^2}{A_A} = 2255.55 \text{ N} \quad \text{e} \quad \left|-\overline{M}_C\right| = \rho Q V_C = \rho \frac{Q^2}{A_C} = 9022.21 \text{ N}$$

Adesso sommo vettorialmente tutte queste forze per ricavare la spinta $\overline{S}$ che avrà componente orizzontale S_O e verticale S_V



$$So = \left|\overline{M}_A\right| + \left|\overline{\Pi}_A\right| + \left|-\overline{M}_c\right| = 25414.93 \text{ N}$$

$$Sv = \left|\overline{G}\right| = 4597.76 \text{ N}$$

Quindi il modulo di $\overline{S}$ è

$$\left|\overline{S}\right| = \sqrt{So^2 + Sv^2} = 25827.47 \text{ N}$$