

15. RILIEVI ED ELABORAZIONI ESEGUITE.

15.1. Configurazioni analizzate.

Come già accennato in precedenza, le esperienze sono state condotte su un getto puro verticale.

Si faccia riferimento alle tabb. 15.1.1-7. Il programma delle prove sperimentali è consistito nell'analisi del campo di moto di un getto in acqua ferma (configurazione A), nell'analisi di un campo di moto ondoso (configurazione B) del tipo che avrebbe successivamente interagito con un getto e, infine, nell'analisi dei campi di moto dei getti interagenti con le onde (configurazioni C, D ed E). Nelle tabelle precedentemente richiamate sono riportate, per le varie configurazioni, la profondità dell'acqua in canale (h), il diametro dell'ugello (D), la portata di efflusso Q_0 , la velocità di efflusso U_0 , la distanza dell'ugello dal fondo, il numero di Reynolds, e le scale di lunghezza definite nel cap. 8; per quanto attiene le configurazioni con presenza di moto ondoso, sono, altresì, riportate l'altezza d'onda (H), la lunghezza d'onda (L), il numero di Ursell (U), il valore massimo di velocità orizzontale del campo di moto ondoso al fondo del canale ($V_{\max}$) e i valori massimi delle componenti orizzontali ($\tilde{v}_{\max}$) e verticali ($\tilde{u}_{\max}$) di velocità del campo di moto ondoso al variare della distanza dal fondo delle sezioni trasversali analizzate del getto.

Tale programma è stato messo a punto al fine di una comparazione tra i getti in acqua ferma e quelli interagenti con un campo di moto ondoso. Inoltre, al fine di una oggettiva valutazione del tipo di onde generate in canaletta, si è resa necessaria un'analisi sperimentale della dinamica del solo moto ondoso. Si ritiene che tale modo di procedere possa rendere più obiettiva ogni conclusione che si dovesse trarre dalle risultanze sperimentali che è stato possibile ottenere nell'ambito della ricerca svolta.

Ciascuna prova è stata condotta secondo la seguente prassi. Si effettuava la taratura della sonda resistiva. Successivamente si azionava il generatore di moto ondoso e la pompa che alimenta la vasca superiore di carico del circuito del getto. Al fine di avere una portata che si mantenesse costante nell'ambito delle varie prove eseguite, si è fissato il grado di apertura di una valvola che consentisse il passaggio di una portata di 80 l/h e si avviava il circuito idrico con un'apertura totale di una seconda valvola.

Serie	Campo di moto	Profondità dell'acqua h [cm]	Diametro dell'ugello D [mm]	Portata di efflusso Q_0 [l/h]	Velocità di efflusso U_0 [m/s]	Distanza dell'ugello dal fondo [cm]	Re
A	Getto in acqua ferma	80.0	2.1	80.0	6.42	16.7	13482
B	Moto ondoso	80.0	-	-	-	-	-
C	Getto con moto ondoso	80.0	2.1	80.0	6.42	16.7	13482
D	Getto con moto ondoso	80.0	2.1	80.0	6.42	16.7	13482
E	Getto con moto ondoso	80.0	2.1	80.0	6.42	16.7	13482

Tab. 15.1.1.

Serie	$M_0 = Q_0 U_0$ [m ⁴ /s ²]	$B_0 = Q_0 \cdot (\Delta\rho/\rho) g$ [m ⁴ /s ²]	$L_Q = Q_0/M_0^{1/2}$ [mm]	$L_M = M_0^{3/4}/B^{1/2}$ [m]
A	1.43×10^{-4}	0.0	1.9	∞
B	-	-	-	-
C	1.43×10^{-4}	0.0	1.9	∞
D	1.43×10^{-4}	0.0	1.9	∞
E	1.43×10^{-4}	0.0	1.9	∞

Tab. 15.1.2.

Serie di dati B (f=0.5 Hz)							
Distanza dall'ugello z [mm]	Distanza dal fondo Z [cm]	Altezza d'onda H [cm]	Lunghezza d'onda L [m]	H/L	h/L	$\bar{v}_{max}$ [m/s]	$\bar{u}_{max}$ [m/s]
10	17.7	7.3	5.1	0.0143	0.1569	0.0942	0.0202
60	22.7	7.5	5.1	0.0147	0.1569	0.0982	0.0268
110	27.7	7.3	5.1	0.0143	0.1569	0.0974	0.0320
160	32.7	7.4	5.1	0.0145	0.1569	0.1009	0.0386
210	37.7	7.4	5.1	0.0145	0.1569	0.1035	0.0449
260	42.7	7.2	5.1	0.0141	0.1569	0.1036	0.0500
310	47.7	7.3	5.1	0.0143	0.1569	0.1038	0.0572
335	50.2	7.4	5.1	0.0145	0.1569	0.1117	0.0614
		$H_{MED} = 7.35$					

Tab. 15.1.3.

Serie di dati C (f=0.5 Hz)							
Distanza dall'ugello z [mm]	Distanza dal fondo Z [cm]	Altezza d'onda H [cm]	Lunghezza d'onda L [m]	H/L	h/L	$\tilde{v}_{max}$ [m/s]	$\tilde{u}_{max}$ [m/s]
5	17.2	4.6	5.1	0.00902	0.1569	0.0594	0.0124
10	17.7	3.9	5.1	0.00765	0.1569	0.0506	0.0109
60	22.7	4.3	5.1	0.00843	0.1569	0.0563	0.0154
110	27.7	3.9	5.1	0.00765	0.1569	0.0523	0.0172
160	32.7	4.0	5.1	0.00784	0.1569	0.0548	0.0210
210	37.7	4.0	5.1	0.00784	0.1569	0.0554	0.0240
260	42.7	4.5	5.1	0.00882	0.1569	0.0640	0.0309
		$H_{MED} = 4.20$					

Tab. 15.1.4.

Serie di dati D (f=0.7 Hz)							
Distanza dall'ugello z [mm]	Distanza dal fondo Z [cm]	Altezza d'onda H [cm]	Lunghezza d'onda L [m]	H/L	h/L	$\tilde{v}_{max}$ [m/s]	$\tilde{u}_{max}$ [m/s]
5	17.2	4.4	3.05	0.0144	0.2623	0.0400	0.0136
60	22.7	4.9	3.05	0.0161	0.2623	0.0464	0.0203
110	27.7	3.8	3.05	0.0125	0.2623	0.0378	0.0195
		$H_{MED} = 4.40$					

Tab. 15.1.5.

Si avviava, inoltre, il sistema LDA. Si attendeva un tempo sufficiente affinché il generatore di moto ondoso si stabilizzasse e l'emettitore laser raggiungesse una temperatura ottimale di utilizzo.

Durante le acquisizioni si apriva il circuito elettrico che consente di mantenere costante il livello idrico in vasca, al fine di evitare la formazione di correnti indesiderate. Ciascuna acquisizione si protraeva per un intervallo di tempo, durante il quale le perdite di acqua in canale erano trascurabili. Alla fine di ciascuna acquisizione si provvedeva, ovviamente, a chiudere il circuito elettrico, consentendo, ove fosse necessario, il ripristino

di acqua in canale affinché il livello fosse costantemente uguale a 80 cm.

Serie di dati E (f=1.0 Hz)							
Distanza dall'ugello z [mm]	Distanza dal fondo Z [cm]	Altezza d'onda H [cm]	Lunghezza d'onda L [m]	H/L	h/L	$\bar{v}_{max}$ [m/s]	$\bar{u}_{max}$ [m/s]
5	17.2	4.7	1.56	0.0301	0.5128	0.0146	0.0087
60	22.7	3.8	1.56	0.0244	0.5128	0.0136	0.0099
110	27.7	3.9	1.56	0.0250	0.5128	0.0163	0.0131
		$H_{MED} = 4.13$					

Tab. 15.1.6.

Serie	$V_{max} = (gHT)/(2L \cosh(2\pi h/L))$ [m/s]	$Z_M = M_0^{1/2}/V_{max}$ [m]	$Z_B = B_0/V_{max}^3$ [m]	$h/(gT^2)$	$H/(gT^2)$	$U = HL^2/h^3$
A	-	-	-	-	-	-
B	0.0920	-	-	0.0204	0.00187	3.73
C	0.0530	0.23	0.0	0.0204	0.00107	2.13
D	0.0375	0.32	0.0	0.0400	0.00218	0.80
E	0.0103	1.16	0.0	0.0815	0.00421	0.20

Tab. 15.1.7.

Si eseguivano le misure della temperatura dell'acqua nella vasca di alimentazione del circuito del getto e nel canale con generatore di moto ondoso. Questo ha consentito di valutare e confrontare la densità e la viscosità dell'acqua nella vasca che alimenta il getto e di quella nel canale. Il confronto è particolarmente interessante al fine di valutare eventuali effetti di galleggiamento dovuti ad una differenza di temperatura. Quest'ultima è risultata al massimo di 1.4°C (per $T_{max}=15.3^\circ\text{C}$ e $T_{min}=13.9^\circ\text{C}$). Il corrispondente numero di Froude densimetrico è 3333, ossia $Fr^2=1.1e^7$. Confrontando tale valore con quelli riportati nel diagramma di fig. 5.3.1, si evince che il campo di moto generato può senz'altro essere definito un *getto puro di quantità di moto*, ossia sono del tutto trascurabili gli effetti di galleggiamento.

15.1.1. Procedura di acquisizione dei dati.

Si osserva che i rilievi di velocità condotti con uso di un sistema LDA, come è stato fatto nell'ambito di questa ricerca, sono tipicamente *euleriani*. Questo significa che, fissato un sistema di riferimento $O(x,y,z)$, si misura una grandezza fisica (componenti di velocità, pressione, concentrazioni, etc.) in un punto P, fisso nello spazio, per successivi istanti di tempo t. Tale modo di procedere consente di pervenire alla conoscenza di una serie di stati consecutivi del flusso, da cui, però, non è possibile trarre una immediata visione del moto di ogni singola particella di fluido.

E' noto che, in contrapposizione al punto di vista euleriano, il metodo *lagrangiano* consiste nello studio del moto che prende in esame diretto le vicende delle singole particelle, assumendo come incognite le coordinate dei punti raggiunti dalle particelle stesse nei successivi istanti di tempo t. In effetti l'idea di base di un'analisi lagrangiana è quella si *inseguire*, nel suo moto, un elemento di fluido. Questo elemento avrà dimensioni variabili in funzione delle scale del problema analizzato. Le equazioni del moto per il caso di un'analisi lagrangiana sono una diretta applicazione della nota legge di Newton

$$\bar{F} = m\bar{a},$$

avendo indicato con $\bar{F}$ il vettore somma di tutte le forze agenti sull'elemento analizzato, m la sua massa ed $\bar{a}$ la sua accelerazione. In questo caso, non è necessaria un'equazione di continuità, sebbene si debba applicare un'equazione di bilancio delle masse nel caso in cui queste, per esempio, subiscano delle reazioni chimiche.

Osservato, dunque, che l'analisi sperimentale condotta nell'ambito di questa tesi è *euleriana*, nel seguito si riportano delle indicazioni sulla procedura di acquisizione dei dati.

In ogni punto di misura sono stati acquisiti, contemporaneamente, i valori di velocità verticale e orizzontale, e per il caso dei getti interagenti con un campo di moto ondoso, le altezze della superficie del pelo libero rispetto al livello medio nel canale.

Ciascun blocco di acquisizione comprendeva 45000 dati per ciascuna variabile (componenti orizzontali e verticali di velocità ed, eventualmente, altezza del profilo del moto ondoso) con una frequenza di campionamento variabile in funzione della concentrazione di particelle presenti in acqua. Tuttavia, per il caso del getto immesso in un

campo di liquido in quiete, la frequenza di campionamento è stata mediamente uguale a 200 Hz, con tempo di acquisizione di 225 s. Per alcuni punti di misura la frequenza di acquisizione è stata di 100 Hz, con tempo di acquisizione di 450 s.

Per quanto attiene il caso dei getti interagenti con un campo di moto ondoso, si sono rilevati, per ogni punto di misura, 45000 valori delle variabili precedentemente elencate. La frequenza media di acquisizione è stata di 50 Hz per un tempo complessivo di 900 s. Si ritiene che nel caso dei getti interagenti con le onde sia stato positivo avere una frequenza di acquisizione più bassa, poichè si sono potute mediare le singole grandezze per un intervallo di tempo comprendente un numero sufficientemente elevato di cicli del moto ondoso.

Gli andamenti dei valori medi e degli scarti quadratici medi (r.m.s.) dei dati rilevati in funzione del tempo di acquisizione hanno messo in evidenza che il tempo complessivo con cui sono stati realizzati i rilievi è stato sempre sufficientemente elevato e tale che le suddette grandezze si sono stabilizzate su un valore costante.

Si osserva, inoltre, che i diagrammi degli spettri di potenza, che verranno presentati nei capp. 17-19, tendevano ad annullarsi alle maggiori frequenze; questo dimostra che le frequenze di taglio (o frequenze di Nyquist $f_y = 1/(2\Delta t)$, con ovvio significato dei simboli) sono state sufficientemente elevate da evitare problemi di *aliasing*.

Wignanski e Fiedler (1969) condussero le loro esperienze su un getto di aria caratterizzato da un numero di Reynolds, all'uscita dell'orifizio, uguale a 10^5 . Gli autori fecero uso, per i rilievi delle componenti di velocità, di un anemometro a filo caldo con un tempo di

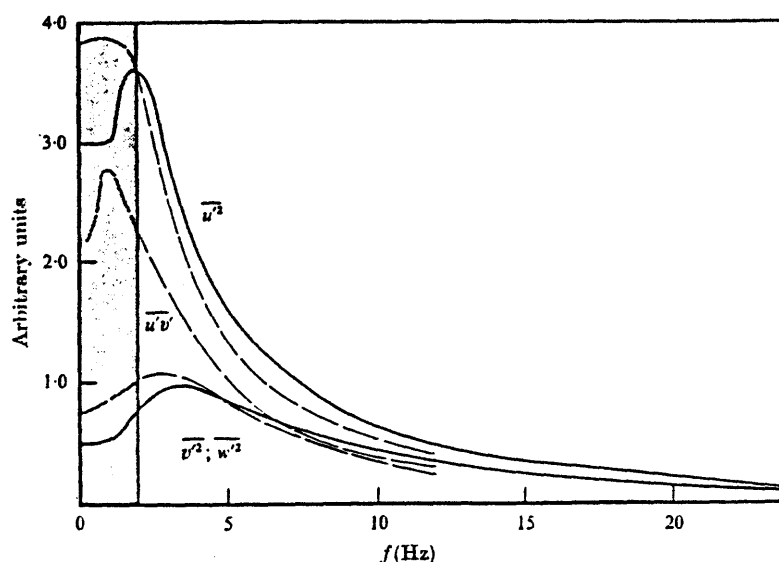


Fig. 15.1.1.1. Spettri di densità di potenza (da Wignanski e Fiedler, 1969).

acquisizione che al limite è stato di 5 min. In fig. 15.1.1.1 si riporta un tipico spettro di

potenza, relativo ai rilievi degli stessi autori, che mette in evidenza una frequenza di taglio (o frequenza di Nyquist) molto prossima a 25 Hz. Questo farebbe dedurre che Wignanski e Fiedler (1969) condussero le loro esperienze con una frequenza di acquisizione prossima a 50 Hz, o quanto meno che gli spettri di potenza relativi ai rilievi di velocità dei getti da essi analizzati non presentano valori significativi a frequenze superiori a 25 Hz.

Calabrese e Di Natale (1994) effettuarono dei rilievi di velocità di un getto liquido sommerso in presenza di un moto ondoso stazionario con uso di un sistema LDA. Gli autori affermano che la frequenza di campionamento è stata di 150 Hz per un periodo di acquisizione di circa 180 s. Gli autori condussero le loro esperienze attraverso l'uso di un Tracker, che, come è noto, presenta un connettore BNC di ANALOG OUT. Su tale uscita è disponibile una rappresentazione analogica della frequenza Doppler secondo la trasformazione

$$V_{\text{analog out}} = \frac{10V}{\text{Range}} \cdot f_T,$$

in cui si è indicato con Range il fondo scala della banda di frequenza Doppler selezionata sul Tracker e con f_T la frequenza Doppler. La DISA (attuale Dantec), casa costruttrice del Tracker, assicura che $V_{\text{analog out}}$ rappresenta la frequenza Doppler f_T con un grado di accuratezza del $\pm 1\%$ sul valore di fondo scala della banda di frequenza selezionata. Ora, l'uscita del connettore BNC è di tipo analogico e viene normalmente connessa a un calcolatore di processo o a un data-logger. In tal caso è possibile definire la frequenza di acquisizione tramite lo strumento utilizzato a tal fine.

15.2. Elaborazioni eseguite.

I dati di velocità e del profilo di superficie, che si sono acquisiti nell'ambito delle singole prove, sono stati opportunamente elaborati al fine della definizione di alcune grandezze fisiche di particolare interesse. Le elaborazioni hanno consentito di ottenere i valori degli r.m.s., dello skewness e del flatness dei dati di velocità. Inoltre sono stati sviluppati degli appositi programmi per la determinazione degli spettri di potenza o di ampiezza, delle funzioni di autocorrelazione e di crosscorrelazione, al fine di calcolare le microscale e le scale integrali della turbolenza e le tensioni tangenziali.

Le problematiche connesse alle elaborazioni eseguite sono state di particolare interesse. Pertanto, nel seguito si riportano alcune osservazioni sulle procedure adottate e su quelle che sarebbe stato eventualmente possibile adottare. Tali considerazioni consentono, inoltre, di mettere in rilievo le problematiche specifiche poste in essere dai campi di moto analizzati e dal sistema di acquisizione utilizzato.

15.2.1. Procedure di analisi statistica e problematiche connesse alle elaborazioni eseguite.

Facendo riferimento al caso di un'analisi euleriana e fissato un punto rispetto ad un sistema cartesiano, un flusso turbolento stazionario può essere descritto, relativamente ad una grandezza g , scomponendo la stessa in una componente media ed una componente fluttuante

$$g(t) = \bar{g} + g'(t).$$

Le fluttuazioni sono distribuite in modo casuale rispetto al valor medio. Per cui deve aversi

$$\overline{g'} = 0.$$

Nel caso in cui g rappresenti una componente di velocità, come verrà ammesso nel seguito, si definisce *intensità di turbolenza* la seguente grandezza

$$\sqrt{\overline{g'^2}}.$$

I valori medi possono essere ottenuti in vari modi. Se il campo di moto è turbolento e stazionario si può usare una media temporale. Nel caso di una turbolenza omogenea si può considerare una media spaziale. Ma se la turbolenza non è né stazionaria né omogenea, le medie precedenti non sono applicabili e l'unica significativa è la media d'insieme su un gran numero di esperimenti condotti con le stesse condizioni iniziali e al contorno. Nel caso di turbolenza omogenea e stazionaria le tre procedure di media forniscono lo stesso risultato

(*ipotesi ergodica*).

Le fluttuazioni temporali di velocità che si osservano in un flusso turbolento sono interpretate come il passaggio di vortici (*eddies*) di diverse dimensioni e frequenze di rotazione, trascinati dal moto medio. Nell'ipotesi di moto stazionario, l'intensità di turbolenza è una costante e può essere considerata la somma dei contributi di tutti i vortici, quindi di tutte le frequenze presenti nelle fluttuazioni turbolente. Vale, pertanto, la seguente relazione

$$\overline{g'^2} = \int_0^{\infty} E(f) df$$

in cui $E(f)df$ rappresenta la frazione di energia contenuta nell'intervallo di frequenza df .

Definendo la funzione densità spettrale di energia come segue

$$F(f) = \frac{E(f)}{\overline{g'^2}}$$

si ha che essa è la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione euleriana così definita

$$R_E(\tau) = \frac{\overline{g'(t)g'(t+\tau)}}{\overline{g'^2}}$$

dove il processo di media può essere temporale o d'insieme. Vale, quindi, la seguente relazione

$$F(f) = 4 \int_0^{\infty} R_E(\tau) \exp(-i2\pi f\tau) d\tau.$$

Nei flussi stazionari in cui g può essere misurata ad intervalli regolari e con frequenza di campionamento superiore alla massima frequenza delle fluttuazioni turbolente (*criterio di Nyquist*), $F(f)$ può essere valutata attraverso l'algoritmo della FFT. Nel par. 15.2.2 si riportano alcune considerazioni relative al caso reale dell'anemometria laser, che

non produce un campionamento a frequenza costante.

Quanto detto in precedenza è valido per moti stazionari e perde di significato nel caso in cui il campo di moto analizzato sia non stazionario. In questi casi, in generale, il moto deve essere analizzato eseguendo delle medie d'insieme su N cicli, non essendo più valida l'ipotesi ergodica. La scomposizione di g in una componente media ed una fluttuante è ancora valida, ma le singole grandezze sono funzioni del tempo t

$$g(t,i) = \bar{g}(t) + g'(t,i)$$

dove

$$\bar{g}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N g(t,i)$$

e l'indice i indica il ciclo i-esimo.

Si nota, dunque, che la grandezza media non è indipendente dal tempo. Analogamente si definisce

$$\sqrt{g'^2}(t) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N g'^2(t,i) \right]^{1/2}.$$

Si nota, ancora, che, a differenza del caso stazionario,

$$\sqrt{g'^2}(t) \neq \sqrt{g'^2}(t + \tau).$$

Per flussi non stazionari non è possibile il calcolo diretto della F(f) a partire dalla misura di g, mentre è possibile definire un coefficiente di autocorrelazione non stazionario che utilizza le medie d'insieme

$$R(t, \tau) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N g'(t,i) g'(t + \tau, i)}{\sqrt{g'^2}(t) \cdot \sqrt{g'^2}(t + \tau)}.$$

Anche questa grandezza dipende dal tempo t a cui viene riferita. La quantità $R(t, \tau)$ può essere calcolata a partire dai dati forniti da un anemometro laser, anche se sono distribuiti casualmente nel tempo (Coghe, 1988). Una procedura comunemente utilizzata consiste nel dividere il periodo della prova (il ciclo o una parte di esso) in intervalli uguali, assegnando a ciascun intervallo δt un solo valore della grandezza u , per esempio la media dei valori che ricadono in quell'intervallo. Se l'intervallo δt è maggiore del tempo medio tra due successive acquisizioni, tutti gli intervalli conterranno almeno un dato. Selezionando l'incremento τ pari a δt o a un suo multiplo, si potrà calcolare $R(t, \tau)$. Il procedimento descritto è noto come *slotted autocorrelation method*.

15.2.1.1. Caso di moto periodico.

E' evidente che, nel caso di un getto interagente con un campo di moto ondoso, i valori di velocità o di concentrazione, misurati ad opportuni intervalli temporali e per un tempo complessivo T_c , danno luogo a tipiche serie temporali periodiche e non stazionarie. Questa conclusione consente di mettere in evidenza che lo studio di un getto interagente con un campo di moto ondoso è certamente più complesso dell'analogo studio di un getto turbolento immerso in un campo di fluido in quiete. Tuttavia, il caso di un getto interagente con un campo di moto ondoso monocromatico presenta delle peculiarità rispetto al caso di un campo di moto non stazionario *tout court*.

Hussein e Reynolds (1970) analizzarono un flusso di strato limite interagente con un moto periodico. Essi proposero di analizzare la generica grandezza fisica f con il metodo delle medie di fase. Di fatto la grandezza f , variabile nello spazio e nel tempo, può essere decomposta in una componente detta *media temporale*, che indicheremo con $\bar{f}$, una componente periodica, che indicheremo con $\tilde{f}$, e in una componente di fluttuazione turbolenta f' . Questa relazione può essere espressa come segue

$$f(\vec{S}, t) = \bar{f}(\vec{S}) + \tilde{f}(\vec{S}, t) + f'(\vec{S}, t)$$

in cui, dunque, la grandezza fisica f dipende dalle coordinate spaziali, tramite il raggio vettore $\vec{S}$, e dal tempo t . Si osserva che, ovviamente la componente media temporale $\bar{f}$ è indipendente dal tempo ed è definita come segue

$$\bar{f}(\bar{S}) = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} f(\bar{S}, t) dt$$

essendo T_c il tempo complessivo di campionamento.

La media di fase, per ogni istante t_p , è

$$\langle f(\bar{S}, t_p) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N f(\bar{S}, t_p + nT) = \bar{f}(\bar{S}) + \tilde{f}(\bar{S}, t_p) .$$

essendo T il periodo dell'onda, N il numero totale di cicli campionati e t_p il tempo di fase, variabile tra 0 e T .

Chyan e Hwung (1993) misero in evidenza che la precedente espressione è valida per un caso teorico, poichè le onde generate in un tipico canale di laboratorio sono caratterizzate da un periodo variabile per ogni ciclo, a causa della riflessione dell'onda e della presenza di oscillazioni a lungo periodo del profilo di superficie. Questo spiega la variazione del tempo di fase. Pertanto, Hwung (1988) propose di correggere il tempo di fase considerando, per ogni ciclo, il periodo misurato del moto ondoso. In questo caso la media di fase modificata sarà

$$\langle f(\bar{S}, t_p) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{f}\left(\bar{S}, t_p \cdot \frac{T_i}{T}\right) + \bar{f}(\bar{S})$$

La fig. 15.2.1.1.1 rappresenta un confronto tra le due metodologie di calcolo della media di fase.

Si riportano nel seguito alcune importanti proprietà delle medie di fase e temporali delle grandezze f e g :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \langle f' \rangle = 0 & \bar{f}' = 0 & \overline{\langle f \rangle} = \langle \bar{f} \rangle = \bar{f} \\ \langle \tilde{f}g \rangle = \tilde{f}\langle g \rangle & \langle \bar{f}g \rangle = \bar{f}\langle g \rangle & \overline{\langle \tilde{f}g \rangle} = \overline{fg'} = 0 \end{array} \right. . \quad (15.2.1.1.1)$$

L'ultima relazione, in particolare, mette in evidenza che le componenti fluttuanti e quelle periodiche non sono correlate.

Si osserva ancora che

$$\overline{(f - \bar{f})(f - \bar{f})} = \overline{(\tilde{f} + \bar{f})(\tilde{f} + \bar{f})} = \overline{\tilde{f}\tilde{f} + \tilde{f}\bar{f}' + 2\bar{f}\tilde{f}} = \overline{\tilde{f}\tilde{f} + \tilde{f}\bar{f}' + 2\bar{f}\tilde{f}} = \overline{\tilde{f}\tilde{f} + \tilde{f}\bar{f}'}$$

in cui l'ultima uguaglianza è giustificata dall'ultima delle (15.2.1.1.1).

Si ha, ancora,

$$\overline{(f - \bar{f})(g - \bar{g})} = \overline{(\tilde{f} + \bar{f})(\tilde{g} + \bar{g})} = \overline{\tilde{f}\tilde{g} + \tilde{f}\bar{g}' + \bar{f}\tilde{g} + \bar{f}\bar{g}'} = \overline{\tilde{f}\tilde{g} + \tilde{f}\bar{g}' + \bar{f}\tilde{g} + \bar{f}\bar{g}'} = \overline{\tilde{f}\tilde{g} + \tilde{f}\bar{g}'}$$

in cui l'ultima uguaglianza è valida per l'ultima delle (15.2.1.1.1).

Queste espressioni mettono in evidenza che nei momenti del second'ordine sono presenti sia le componenti fluttuanti legate alla turbolenza sia le componenti periodiche. Tenendo conto di questo risultato, è evidente che, per esempio, lo scarto quadratico medio rilevato dal software di un processore

di segnale di un sistema LDA, non rappresenta l'*intensità di turbolenza*, definita come lo scarto quadratico medio delle sole componenti turbolente di velocità, ma lo scarto quadratico medio legato a tutte le fluttuazioni intorno al valore medio, siano esse dovute alla turbolenza o al moto periodico.

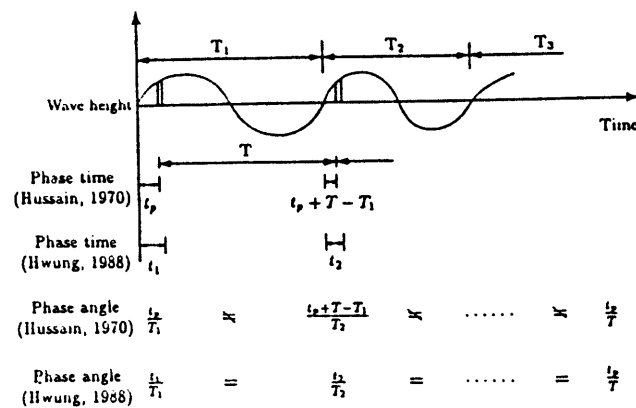


Fig. 15.2.1.1.1. Rappresentazione schematica della media di fase secondo Hussain e Reynolds (1979) e Hwang et al. (1988).

15.2.1.2. Concetto di intermittenza.

Si faccia riferimento a un campo di moto turbolento delimitato da un campo di moto non turbolento (per esempio, getti, piume, strati di mescolamento, etc.). In questi casi, Corrsin (1943) mise in evidenza che in corrispondenza di ciascun punto della regione di interfaccia il segnale di velocità è, per *intermittenza*, turbolento o non turbolento. Townsend (1948) definì il fattore di intermittenza γ come la frazione di tempo durante il

quale il flusso è turbolento. In pratica, tuttavia, è molto difficile far uso di questa definizione per calcolare, in ciascun punto del campo di moto, il fattore di intermittenza, poiché è molto complesso stabilire istantaneamente se il flusso è turbolento o meno.

Normalmente, nei campi di moto caratterizzati da fenomeni di intermittenza, le serie storiche delle velocità mettono in evidenza che, durante il periodo in cui il moto è turbolento, le fluttuazioni di velocità sono repentine e di notevole entità, mentre, durante il periodo in cui il moto è non turbolento, le variazioni di velocità sono molto lente e, generalmente, molto piccole.

Sono note le classiche protuberanze che si hanno in corrispondenza della regione di interfaccia di un getto o di una piuma. Queste protuberanze, come molte immagini hanno messo in evidenza, sono assolutamente distinte dalla regione non turbolenta. E' proprio questa la cosiddetta *regione di interfaccia*. Corrsin e Kistler (1956) avanzarono l'ipotesi che la zona di separazione tra i campi di moto turbolento e non turbolento si realizza in uno strato sottile (*superlayer*), in corrispondenza del quale si realizzano i noti processi di mescolamento.

I rilievi sperimentali hanno messo in evidenza che γ è, a seconda del campo di moto analizzato, una funzione della distanza dalla parete o dall'asse di simmetria del flusso. Tale funzione può essere ben rappresentata attraverso una curva gaussiana, come segue

$$\gamma(x) = \frac{1}{2} (1 - \operatorname{erf} \psi), \quad \psi = \frac{x - \bar{x}}{\sqrt{2}\sigma}.$$

Il valore di $\bar{x}$ è quello per cui $\gamma = 0.5$. Lo scarto quadratico medio σ caratterizza l'estensione della zona di intermittenza.

L'influenza, sul fenomeno di intermittenza, del gradiente longitudinale di pressione del campo di moto analizzato è stato studiato da Fiedler e Head (1966). Si osserva, a tal riguardo, che in un campo di moto accelerato l'intermittenza interessa anche le regioni più interne del flusso; viceversa, se il campo di moto è decelerato, la zona di intermittenza è relativamente ridotta.

L'analisi dei campi di moto nelle zone di intermittenza è stato oggetto di studi di carattere sperimentale. Molti autori hanno fatto uso delle *medie condizionate*.

Per ottenere le medie condizionate nelle zone di intermittenza, è necessario definire

una *funzione indicatrice* $I(t)$, il cui valore è uno negli istanti di tempo in cui il campo di moto è turbolento, altrimenti è zero. In altri termini si potrà porre

$$\gamma = \overline{I(t)}.$$

avendo indicato col sovrassegno la media temporale di $I(t)$ nel punto del campo di moto preso in considerazione.

Il problema, a questo punto, consiste nella determinazione della funzione $I(t)$. Nel seguito si riporterà la metodologia proposta da Kovasznay et al. (1970). Si osserva, a tal riguardo, che durante gli istanti di tempo in cui il campo di moto è turbolento, le fluttuazioni di velocità sono particolarmente elevate. Da ciò consegue che le derivate delle velocità rilevate durante il periodo in cui il campo di moto è turbolento sono di gran lunga maggiori dei corrispondenti valori nel caso di campo di moto non turbolento.

Pertanto, nell'ipotesi di poter disporre di due misuratori di velocità, che consentano di rilevare il segnale in due punti distinti, sarà possibile definire la derivata spaziale delle componenti fluttuanti di velocità e successivamente la loro derivata temporale, ossia

$$S(t) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)$$

essendo u la componente longitudinale di velocità e x la coordinata lungo la direzione trasversale.

Si osserva che $\partial u' / \partial x$ rappresenta, normalmente, il contributo più importante della componente $(\partial u' / \partial x) - (\partial v' / \partial y)$ del vettore di vorticità. La derivata temporale di tale frazione è legata al contributo delle fluttuazioni molto rapide proprie della turbolenza. Se in un intervallo di tempo sufficientemente piccolo, $\Delta\tau$, i valori assoluti della funzione $S(t)$ o $\partial S(t) / \partial t$ sono superiori ad una soglia prestabilita, il campo di moto si dirà turbolento, e $I(t)$ sarà posto uguale a uno. Nel caso contrario, $I(t)$ assumerà valore nullo. Vi è, dunque, una certa indeterminazione nell'applicazione di questo metodo, che è legata alla soglia oltre la quale il moto potrà dirsi turbolento e al valore di $\Delta\tau$. Altri autori utilizzano $S(t) = (\partial u' / \partial t)^2$ come funzione di base. Questo secondo metodo ha il vantaggio di consentire la determinazione di γ , misurando la velocità in un solo punto. Pertanto, per esempio, tale

metodo è da preferirsi nel caso in cui le misurazioni di velocità siano condotte con un sistema LDA.

Alla luce di quanto detto in precedenza, una generica grandezza $Q(t)$ assumerà un valor medio, nell'ambito della zona turbolenta, così definito

$$\overline{Q_t} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\gamma T} \int_{t_0}^{t_0+T} I(t) Q(t) dt$$

mentre la media per la zona non turbolenta è

$$\overline{Q_{nt}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{(1-\gamma)T} \int_{t_0}^{t_0+T} [1-I(t)] Q(t) dt.$$

La media della grandezza $Q(t)$ relativa a tutti gli istanti di tempo, senza tenere conto del tipo di campo di moto, è

$$\overline{Q} = \gamma \overline{Q_t} + (1-\gamma) \overline{Q_{nt}}.$$

Le medie di zona sono delle medie condizionate. Nell'ipotesi che $Q(t)$ sia la velocità rilevata $u(t)$ si ha, per esempio, che lo scarto quadratico medio è dato da

$$\overline{u'^2} = \gamma \overline{(u'^2)_t} + (1-\gamma) \overline{(u'^2)_{nt}} + \gamma(1-\gamma) (\overline{u_t} - \overline{u_{nt}})^2.$$

Townsend (1949) suggerì di utilizzare il flatness relativo agli istogrammi dei rilievi di velocità, per la definizione dell'intermittenza. In particolare, secondo Townsend, si potrà porre

$$\gamma = \frac{[\overline{u'^4} / (\overline{u'^2})^2]_{CL}}{\overline{u'^4} / (\overline{u'^2})^2} \quad (15.2.1.2.1)$$

in cui il pedice CL indica che il valore del flatness è relativo all'asse del getto.

Tennekes e Lumley (1972), facendo riferimento al caso di scie e getti, proposero di

stimare l'intermittenza come segue

$$\gamma = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{CL}},$$

essendo ε la viscosità cinematica turbolenta ed ε_{CL} il valore che essa assume in corrispondenza dell'asse del getto o della scia.

In fig. 15.2.1.2.1 si riporta l'andamento di γ secondo diversi metodi. Si osserva, in particolare, lo scostamento della curva rappresentativa dell'andamento di γ ottenuta con il flatness.

Da quanto detto in precedenza, pertanto, appare evidente che le grandezze rilevate direttamente attraverso l'uso di un sistema LDA non si riferiscono solo agli istanti di tempo in cui il campo di moto è turbolento. Di questo deve tenersi in debito conto quando si effettuano dei confronti tra i risultati sperimentali di diversi autori.

15.2.2. Analisi spettrale di un segnale campionato in modo random.

L'algoritmo che consente di avere una stima dello spettro di potenza di una serie storica di dati equamente intervallati è noto come Fast Fourier Transform (FFT). Tale tecnica, tuttavia, è inapplicabile ad una serie storica caratterizzata da dati intervallati in modo irregolare. L'esigenza di disporre di un algoritmo che consenta di avere una stima dello spettro di potenza per dati di questo tipo nasce dal fatto che i processori di segnale di un sistema LDA consentono l'acquisizione dei valori di velocità delle particelle presenti nel fluido in istudio quando queste passano attraverso il cosiddetto *volume di misura* (definito come la regione a forma di ellissoide di rotazione su cui converge una coppia di raggi laser).

E' evidente allora che la misura sarà effettuata nell'ipotesi di passaggio della particella e di validazione del segnale rilevato. Ossia, è evidente che l'intervallo temporale tra due successive misurazioni non è costante.

In effetti, i dati che costituiscono una serie storica a intervalli temporali non costanti possono essere opportunamente convertiti in una serie storica a intervalli costanti, attraverso

tecniche di interpolazione. Tuttavia, questa metodologia potrebbe rimuovere alcune caratteristiche del segnale acquisito e introdurre degli errori nella stima dello spettro di potenza.

Gaster e Roberts (1975) proposero di operare come segue, nel caso di una serie di dati non equamente intervallati. Si ricorda che il teorema di Wiener-Khinchine consente di legare la trasformata di Fourier con la funzione di autocorrelazione di una serie di dati attraverso le due seguenti relazioni

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \exp(-i2\pi f\tau) d\tau$$

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \exp(i2\pi f\tau) df \quad (15.2.2.1)$$

avendo indicato con $R(\tau)$ la funzione di autocorrelazione e con $S(f)$ la funzione di densità spettrale di una serie di dati. In particolare con $S(f)$ si intende la funzione di densità spettrale simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (*two-side spectral density function*). Si osserva che, poiché si ipotizza che la serie storica è costituita da numeri reali, la funzione di densità spettrale può essere scritta come segue

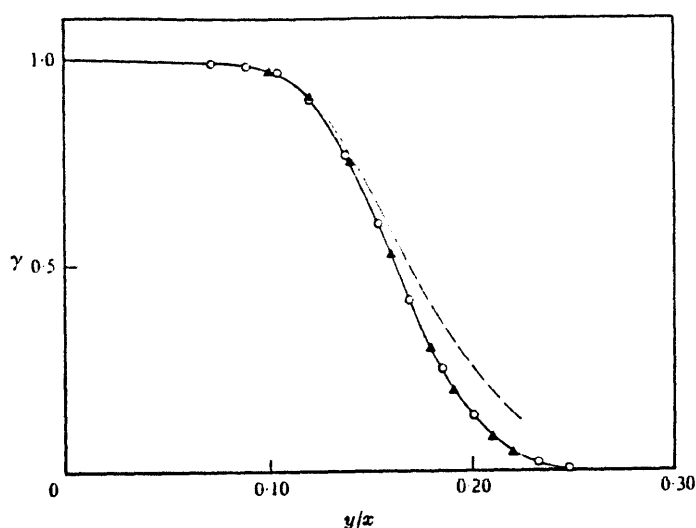


Fig. 15.2.1.2.1. Fattore di intermittenza. La curva a tratteggio si riferisce al caso di γ ottenuto dal flatness.

$$S(f) = 2 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau.$$

Poiché, inoltre, $S(f)$, come detto in precedenza, è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate, di solito, si definisce una funzione di densità spettrale nel solo dominio delle frequenze positive

$$G(f) = 4 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau.$$

Gaster e Roberts (1975) sostituirono la (15.2.2.1) nella precedente relazione, ottenendo, dopo aver discretizzato,

$$G(f) = \frac{4}{\lambda^2 T} \sum_{j=1}^N \sum_{k=j+1}^N D(t_k - t_j) \cos[2\pi f(t_k - t_j)] U(t_j) U(t_k) \quad (15.2. 2.2)$$

essendo $U(t)$ il segnale acquisito nel tempo, λ la frequenza media di campionamento espressa in Hertz, T il tempo totale di acquisizione in secondi, e $D(t_k - t_j)$ la funzione rappresentativa di una finestra (per esempio, quella di Hanning). Al limite, $D(t_k - t_j) = 1$ nel caso in cui non si voglia far uso di finestre, il cui scopo, come è noto, è di eliminare l'errore nella stima dello spettro legato alla lunghezza finita della serie storica.

Casson et al. (1994) confrontarono i risultati della stima della funzione di densità spettrale, ottenuta con l'algoritmo precedentemente descritto, costruendosi analiticamente una serie di dati, aventi l'andamento di una senoide e relativi a istanti casuali, ottenuti attraverso un algoritmo di generazione di numeri *random*. Successivamente, ripeterono la prova per il caso di un'onda sinusoidale multipla. In entrambi i casi analizzati, Casson et al. (1994) rilevarono che i valori teorici delle potenze, alle rispettive frequenze, coincidevano con quelli di calcolo, mentre l'area al di sotto della curva di densità spettrale calcolata coincideva con la varianza delle serie storiche analizzate con un errore massimo del 3%.

In particolare, si è realizzato un test, facendo uso di un calcolatore Digital con processore DEC-Alpha 2100 a 275 MHz su una serie di 10000x3 dati relativi al campo di moto ondoso descritto nel cap. 18 (10000 componenti orizzontali di velocità, 10000 componenti verticali di velocità e 10000 valori del profilo di superficie del moto ondoso).

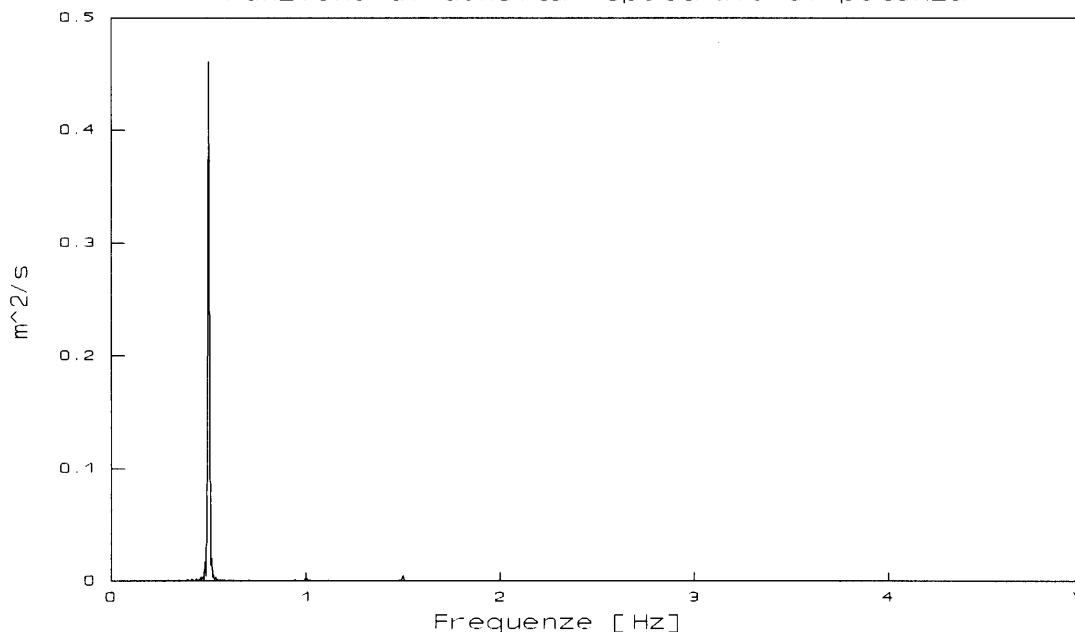


Fig. 15.2.2.1. Spettro di densità di potenza ottenuto con l'algoritmo di Gaster e Roberts (1975) delle velocità orizzontali per un punto a distanza 50.2 cm dal fondo del canale (configurazione B).

Il tempo di esecuzione relativo a 100x3 valori di densità spettrale è risultato di 6295.42 s e l'*elapsed time* è stato di 1h46m30s, con una percentuale del 98% di utilizzo della CPU. Di contro, l'uso di una tecnica di interpolazione che consentisse di ottenere 8192 dati equamente intervallati, a partire dai 10000 acquisiti, con successivo uso della FFT, ha richiesto, su un PC con processore Intel 80486 DX2 a 66 MHz, un tempo dell'ordine dei minuti. Per quanto i due valori di *benchmark* non siano direttamente confrontabili, si evince che l'algoritmo di Gaster e Roberts (1975), preferibile in termini di analisi degli errori, richiede tempi di CPU notevolmente elevati. Si osserva, a tal riguardo, che Casson et al. (1994) usarono un calcolatore Cray XM-P, noto per la sua velocità computazionale, a causa della *natura "time-consuming"* della duplice sommatoria presente nella relazione (15.2.2.2).

Nelle figg. 15.2.2.1-2 si riportano, a titolo di esempio, i diagrammi delle funzioni di densità spettrale, ottenuti con l'algoritmo di Gaster e Roberts (1975), relativi, rispettivamente, alle componenti orizzontali e verticali di velocità. Queste si riferiscono al campo di moto ondoso relativo alla configurazione B di tab. 15.1.1, per un punto di misura posto a distanza 50.2 cm dal fondo del canale con generatore di moto ondoso. Tali diagrammi mettono in evidenza un'andamento sostanzialmente analogo a quello che si otterrebbe con il metodo dell'interpolazione e successiva FFT. Tale comportamento sarà oggetto di analisi nel par. 18.3.

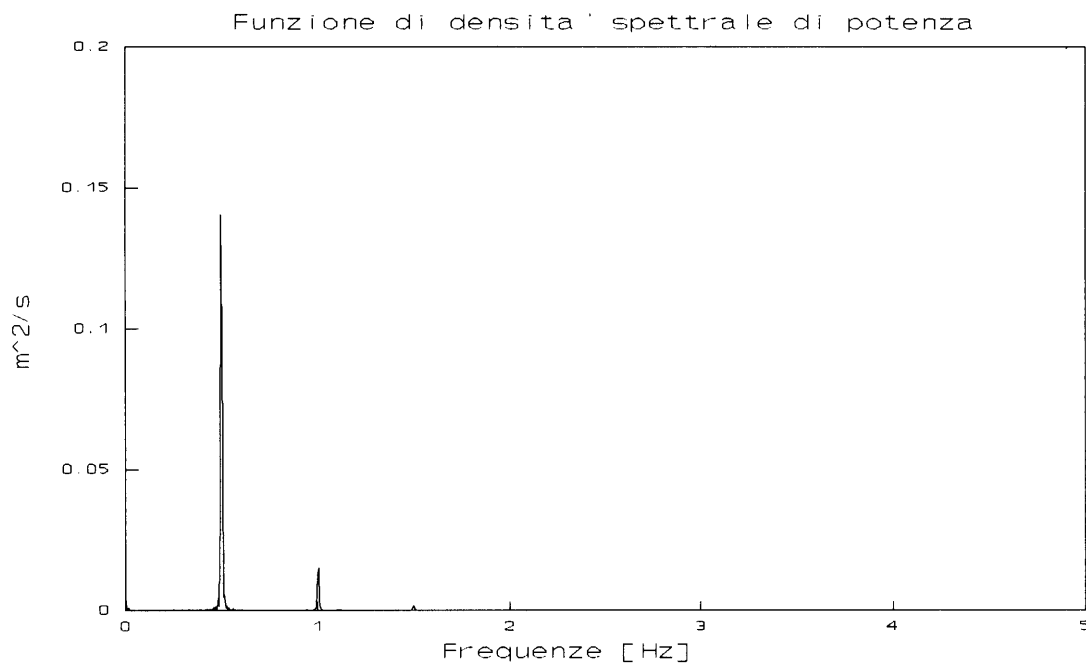


Fig. 15.2.2.2. Spettro di densità di potenza ottenuto con l'algoritmo di Gaster e Roberts (1975) delle velocità verticali per un punto posto a distanza 50.2 cm dal fondo del canale (configurazione B).

15.2.3. Microscale e scale integrali della turbolenza.

Si faccia riferimento alla fig. 15.2.3.1. Come è noto (Hinze, 1959), nell'ambito dei campi di moto turbolenti è possibile definire una scala delle lunghezze secondo la seguente relazione

$$\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} = \frac{2\overline{u'^2}}{\lambda^2}. \quad (15.2.3.1)$$

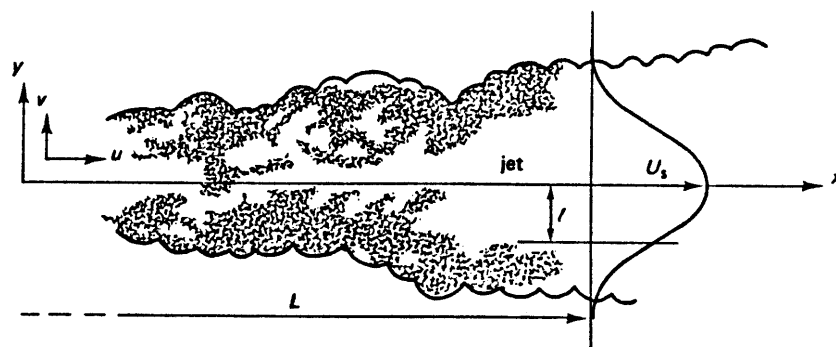


Fig. 15.2.3.1. Scale di lunghezza tipiche dei getti (da Tennekes e Lumley, 1972).

La scala delle lunghezze λ è chiamata *microscala di Taylor* in onore di G.I. Taylor che per primo la definì.

Si osserva che la microscala di Taylor λ non è la più piccola scala delle lunghezze tipica della turbolenza. Quest'ultima è la microscala di Kolmogorov $\eta_K = (v^3/\varepsilon)^{1/4}$, essendo v la viscosità cinematica molecolare del fluido ed ε l'indice di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta del flusso. La distinzione tra λ e η_K è comprensibile se si tien conto che nella (15.2.3.1) si è fatto riferimento all'intensità di turbolenza come scala delle velocità. Ma in effetti non c'è alcuna ragione fisica nella scelta di tale parametro come velocità caratteristica delle strutture a piccola scala. Per queste, la sola scala che possa essere scelta senza ambiguità è quella temporale. Dall'analisi dimensionale si ottengono, rispettivamente, le seguenti scale dei tempi e di velocità di Kolmogorov

$$\tau_K = \left(\frac{v}{\varepsilon}\right)^{1/2} \quad u_K = (v\varepsilon)^{1/4}.$$

Le precedenti grandezze sono note come *microscale di Kolmogorov* e rappresentano effettivamente le scale dei vortici più piccoli, ossia dei vortici responsabili della dissipazione di energia, essendo funzioni solo di v ed ε . In letteratura esse sono note come *inner scales*. Il numero di Reynolds ottenibile da queste scale è

$$\frac{\eta_K u_K}{v} = 1.$$

La precedente relazione mette in evidenza che i moti a piccola scala sono prevalentemente viscosi. Dunque le scale dei vortici che producono l'energia turbolenta è molto più grande di quella dei vortici che la dissipano. Si può ritenere pertanto che la microscala di Taylor non è una lunghezza rappresentativa di un gruppo di vortici

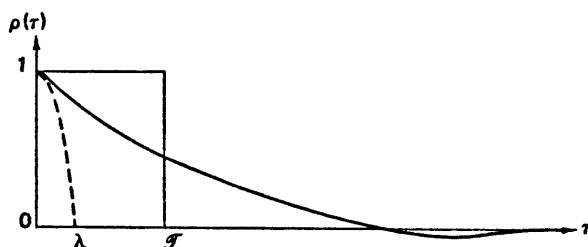


Fig. 15.2.3.2. Tipico andamento di una funzione di autocorrelazione con indicazione della microscala e della scala integrale.

(*eddies*) di dimensione particolare. Nonostante questo, λ è usata di frequente poichè la sua stima è particolarmente semplice.

In analogia con la (15.2.3.1) si può definire la microscala temporale di Taylor

$$\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right)^2} = \frac{2\overline{u'^2}}{\lambda_t^2}. \quad (15.2.3.2)$$

Definendo la funzione di autocorrelazione per processi stazionari come segue

$$\frac{\overline{u'(t)u'(t+\tau)}}{\overline{u'^2}} = \rho(\tau) = \rho(-\tau)$$

si potrà definire la *scala integrale temporale I* come

$$I = \int_0^{\infty} \rho(\tau) d\tau.$$

Nell'ambito dei campi di moto turbolenti si assume che la scala integrale sia finita. Il valore di I è una grossolana misura dell'intervallo di tempo nel corso del quale $u(t)$ è correlata con se stessa (si veda la fig. 15.2.3.2).

Come mostrato in figura la microscala temporale di Taylor λ_t è definita dalla curvatura del coefficiente di autocorrelazione all'origine

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2}\bigg|_{\tau=0} = -\frac{2}{\lambda_t^2}.$$

Sviluppando ρ in serie di Taylor nell'intorno dell'origine, per piccoli valori di τ si può scrivere

$$\rho(\tau) \simeq 1 - \frac{\tau^2}{\lambda_t^2}.$$

Nel caso in cui fossero soddisfatte le seguenti relazioni

$$\left| \overline{u} \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right) \right| \gg \left| v' \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right| \wedge \frac{\overline{u'^2}}{\overline{u}^2} \ll 1$$

la microscala λ , per l'ipotesi di Taylor, può essere calcolata come segue

$$\lambda = \overline{u} \cdot \lambda_t.$$

In tal caso, inoltre, si ha che

$$\frac{\overline{u'^2} \cdot 2}{\lambda^2} = \frac{1}{\overline{u}} \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial t} \right)^2}.$$

Il valore della microscala di Taylor può essere dedotto anche dallo spettro della potenza $F(f)$ della serie temporale $u(t)$, definito come la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione temporale, opportunamente normalizzato,

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{4\pi^2}{\overline{u}^2} \int_0^\infty n^2 F(n) dn$$

mentre per la scala integrale I vale la seguente relazione

$$F(n) = \frac{4 \frac{I}{\overline{u}}}{1 + \left(\frac{2\pi n I}{\overline{u}} \right)^2}.$$

I rilievi sperimentali condotti nell'ambito di questa ricerca, tuttavia, mettono in evidenza che la turbolenza nei getti è tipicamente non tayloriana, soprattutto in corrispondenza della zona esterna, più distante dall'asse. Tale conclusione è in accordo con i rilievi di Wignansky e Fiedler (1969).