

18. RILIEVI SPERIMENTALI DEL CAMPO DI MOTO ONDOSI.

18.1. Determinazione dell'onda incidente e di quella riflessa.

Nel canale con il sistema di generazione del moto ondoso è realizzato un profilo di spiaggia; per quanto la pendenza del fondo sia bassa e la lunghezza del canale sia particolarmente elevata (circa 45 m), non può essere trascurato il problema della riflessione al fine di una dettagliata descrizione del tipo di campo di moto ondoso che, di fatto, si riesce a realizzare in laboratorio. Chyan e Hwung (1993) utilizzarono, per le loro esperienze un canale di lunghezza 9.50 m, profondo 68 cm e largo 30 cm. Per ridurre il problema della riflessione, essi utilizzarono un pannello in grado di assorbire le onde incidenti.

In generale, si veda Lamberti et al. (1988), in presenza di una struttura o di una spiaggia riflettente, può ritenersi che il profilo del moto ondoso $\eta(x,t)$, risulti dalla composizione lineare di un'onda incidente e di una riflessa che si propagano in direzioni opposte e che si possono rappresentare, rispettivamente, come segue

$$h_i(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(k_n x + 2\pi f_n t + \varepsilon_n) \quad (18.1.1)$$

$$h_r(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(-k_n x + 2\pi f_n t + \varepsilon_n + \delta_n) \quad (18.1.2)$$

e quindi

$$\eta(x,t) = h_i(x,t) + h_r(x,t)$$

in cui k_n è il numero d'onda della componente con frequenza f_n , ε_n è la fase n-sima e δ_n è la differenza di fase tra le componenti con frequenza f_n dell'onda incidente e riflessa.

Per ricostruire le grandezze rappresentate dalle (18.1.1) e (18.1.2) occorre rilevare l'andamento della superficie libera in almeno due punti a distanza y scelta opportunamente. Si dovrà, in altri termini, disporre, in forma discreta, poichè si tratta di rilievi sperimentali, delle funzioni $\eta(x,t)$ e $\eta(x+y,t)$.

Lo spettro di energia di η alla posizione x è definito come

$$C_{x,0}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x,t)\eta(x,t+\tau)} \cos(2\pi f\tau) d\tau$$

dove il sovrassegno indica un'operazione di media temporale delle grandezze; si suppone, inoltre $f \geq 0$. Analogamente si potrà definire lo spettro della $\eta(x+y,t)$, che sarà indicato con $C_{x+y,0}(f)$.

Lo spettro incrociato tra $\eta(x,t)$ e $\eta(x+y,t)$ è

$$\Phi_{x,y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x,t)\eta(x+y,t+\tau)} \exp(-i2\pi f\tau) d\tau = C_{x,y}(f) + iQ_{x,y}(f)$$

dove

$$C_{x,y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x,t)\eta(x+y,t+\tau)} \cos(2\pi f\tau) d\tau$$

è l'espressione del cospettro, mentre

$$Q_{x,y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x,t)\eta(x+y,t+\tau)} \sin(2\pi f\tau) d\tau$$

è l'espressione del quadspettro.

Note queste grandezze, lo spettro di energia dell'onda incidente e di quella riflessa è dato, rispettivamente, da

$$SI(f) = \frac{C_{x,0} + C_{x+y,0} - 2\cos(ky)C_{x,y} - 2\sin(ky)Q_{x,y}}{4\sin^2(ky)} \quad (18.1.3)$$

$$SR(f) = \frac{C_{x,0} + C_{x+y,0} - 2 \cos(ky) C_{x,y} + 2 \sin(ky) Q_{x,y}}{4 \sin^2(ky)}. \quad (18.1.4)$$

Il coefficiente di riflessione alle varie frequenze è dato, allora, da

$$CR(f) = \left[\frac{SR(f)}{SI(F)} \right]^{1/2}. \quad (18.1.5)$$

Se il range di frequenze del moto ondoso è abbastanza ampio, si avranno delle frequenze f_c , a cui sono associate delle lunghezze d'onda $L(f_c)$, per le quali risulta

$$y = \pm p \cdot \frac{L(f_c)}{2} \quad p = 1, 2, 3, \dots$$

ossia per esse risulta che la distanza tra le sonde è un multiplo della semilunghezza d'onda. Per questi valori di frequenza, il numeratore e il denominatore delle (18.1.3) e (18.1.4) si annulla e l'espressione del coefficiente di riflessione perde di significato. Per tale ragione, la distanza y tra le sonde deve essere scelta opportunamente. Goda e Suzuki (1976) hanno trovato sperimentalmente che gli spettri $SI(f)$ e $SR(f)$ sono significativi solo tra le frequenze f_{min} e f_{max} per le quali valgono le seguenti relazioni

$$\begin{aligned} y &= 0.05 \cdot L(f_{min}) \\ y &= 0.45 \cdot L(f_{max}) \end{aligned} \quad (18.1.6)$$

Per superare questo inconveniente, che si presenta quando gli spettri sono più ampi dei limiti posti dalle (18.1.6), Gaillard et al. (1980) suggeriscono di effettuare i rilievi con tre sonde, avendo cura, tuttavia, di distanziarle diversamente, ossia

$$y_{12} = x_1 - x_2 \neq y_{23} = x_2 - x_3.$$

Definiti gli spettri S_1 , S_2 ed S_3 di ciascuna sonda, i relativi cospettri C_{21} , C_{31} e C_{32} e

quadspettri Q_{21} , Q_{31} e Q_{32} , si calcolano gli spettri SI_{ij} e SR_{ij} , rispettivamente dell'onda incidente e di quella riflessa, ottenuti combinando tra loro i rilievi delle sonde.

Lo spettro risultante si ottiene con una media pesata degli spettri considerati

$$SI(f) = p_{21}SI_{21}(f) + p_{31}SI_{31}(f) + p_{32}SI_{32}(f)$$

$$SR(f) = p_{21}SR_{21}(f) + p_{31}SR_{31}(f) + p_{32}SR_{32}(f)$$

con $p_{ij}(f)$, secondo Gaillard et al. (1980), uguali a

$$p_{ij}(f) = \frac{\sin^2 b_{ij}}{S_p},$$

essendo

$$S_p = \sin^2 b_{21} + \sin^2 b_{31} + \sin^2 b_{32}$$

e

$$b_{ij} = k(x_i - x_j).$$

Il coefficiente di riflessione, oltre che nella forma espressa dalla (1.8.5), con la quale si valuta il suo valore frequenza per frequenza, può essere calcolato in forma globale mediante il flusso di energia, definito come

$$F = g\rho \int_{-\infty}^{\infty} S(f) c_g(f) df$$

avendo indicato con $c_g(f)$ la celerità di gruppo (Svendsen e Jonsson, 1976).

Un'altra possibile definizione del coefficiente di riflessione è la seguente

$$C_r = \frac{FR}{FI}. \quad (18.1.7)$$

I rilievi sperimentali con il metodo delle tre sonde hanno mostrato che la riflessione, per la configurazione B di tab. 15.1.1, ossia per un'onda di $H=7.35$ cm, periodo $T=2$ s e profondità $h=80$ cm, utilizzando la (18.1.7), è contenuta entro valori del 9%.

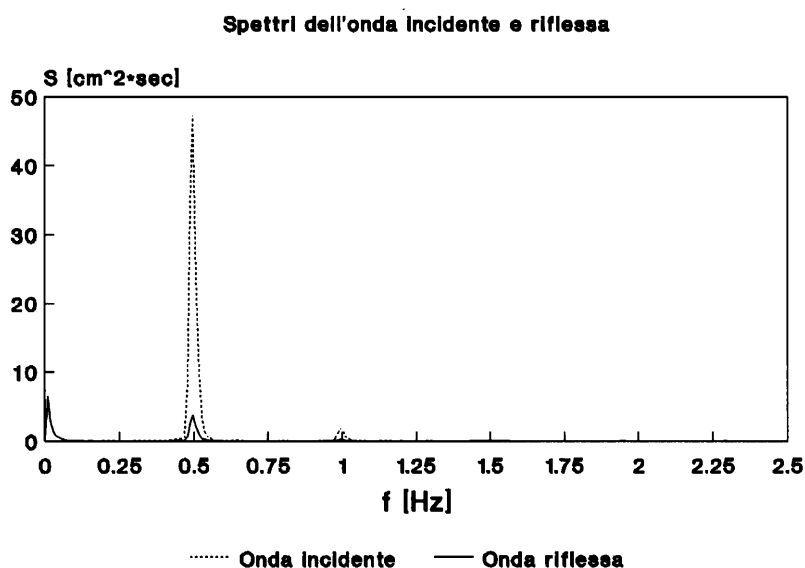


Fig. 18.1.1. *Spettri di densità di potenza dell'onda incidente e riflessa.*

In fig. 18.1.1 si riportano gli spettri di densità di potenza dell'onda incidente e di quella riflessa.

18.2. Analisi del profilo di superficie e delle componenti orizzontali e verticali di velocità.

Nel seguito si farà riferimento alla configurazione B delle tabb. 15.1.1 e 15.1.7 e alla tab. 15.1.3. Il moto ondoso analizzato è caratterizzato da $H/(gT^2)=0.0018$ e $h/(gT^2)=0.0204$. Il numero di Ursell, $U=HL^2/h^3$, è uguale a 3.73. Con questi valori dei parametri, il campo di moto ondoso, secondo il diagramma di Le Mehaute, è descritto dalla teoria di Stokes del II ordine. Si veda la fig. 18.2.1.

Nelle figg. 18.2.2-4 si riportano le serie temporali del profilo di superficie e delle

componenti orizzontali e verticali di velocità, relative al punto di misura posto a distanza 22.7 cm dal fondo. Nelle stesse figure si riportano gli andamenti secondo la teoria lineare di Airy e di Stokes del II ordine.

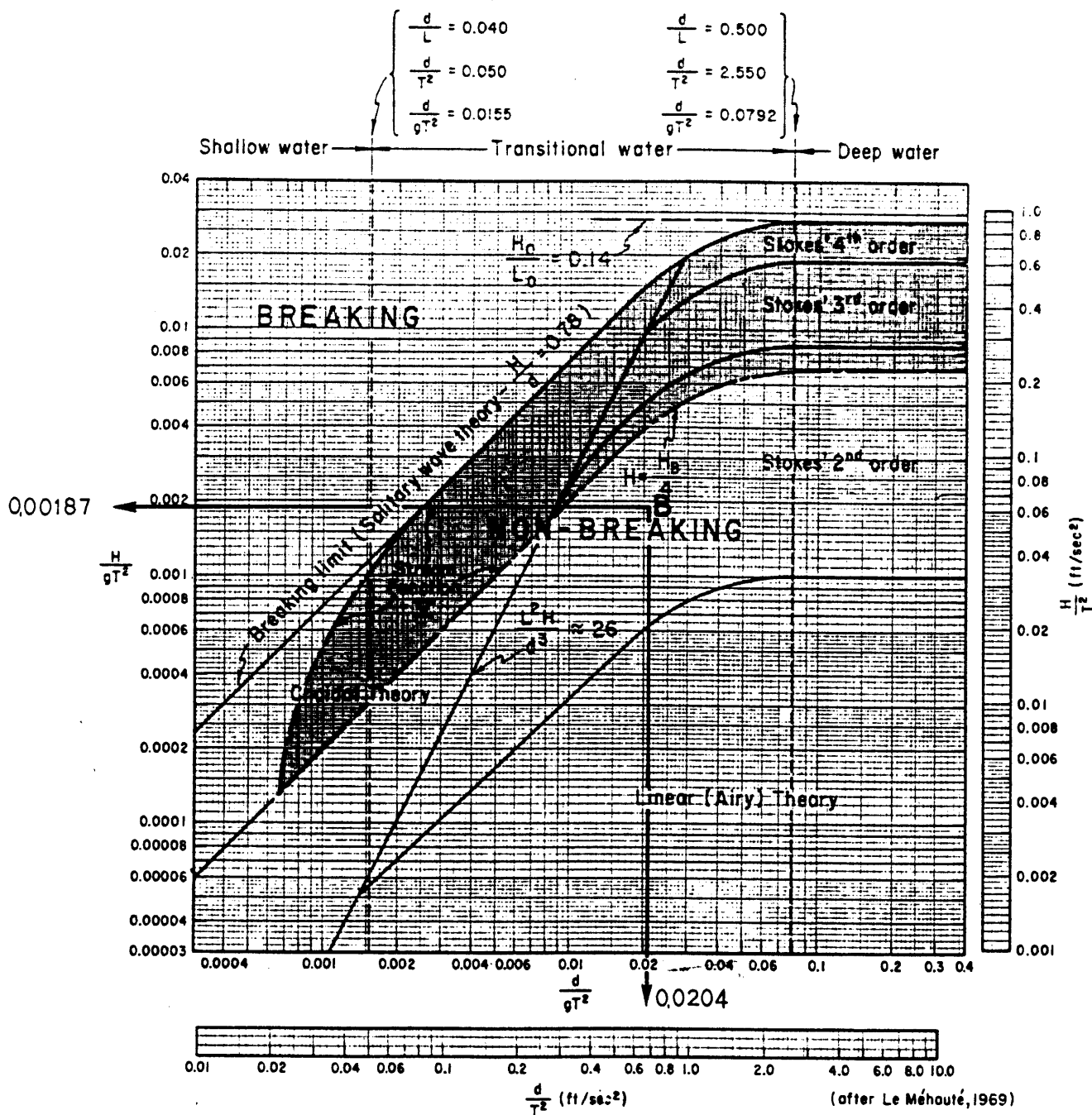
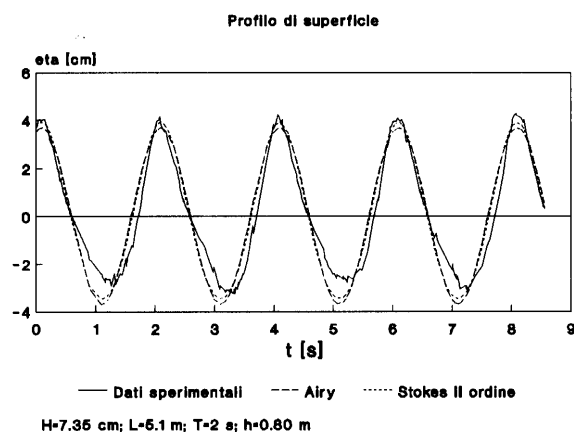
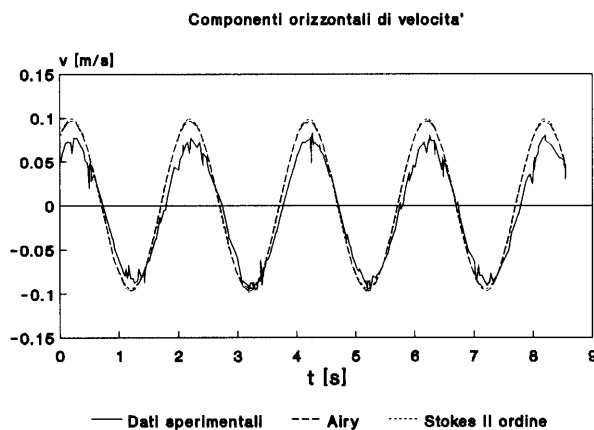
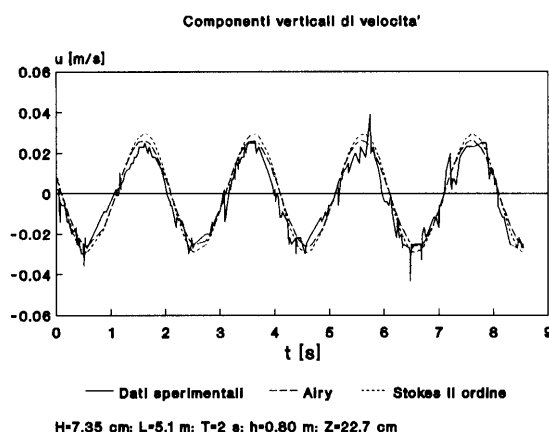


Fig. 18.2.1. Rappresentazione dell'onda analizzata nel diagramma di Le Méhauté.

Dalle figure, in cui, per evidenti ragioni di chiarezza si riportano le serie temporali

arrestate ai primi secondi, si evince che la teoria di Airy può interpretare, sia pur in prima approssimazione, i dati sperimentali. Si tenga conto, d'altra parte, che la teoria lineare di Airy si lascia preferire per la maggiore semplicità delle equazioni del profilo di superficie e delle componenti orizzontali e verticali di velocità. Tale conclusione consente di estendere, sia pur parzialmente, il campo di validità di alcuni modelli matematici (Chin, 1988) che fanno uso delle relazioni proprie della teoria di Airy per la descrizione del moto ondoso.

Fig. 18.2.2. *Profilo di superficie.*Fig. 18.2.3. *Rilievi della componente orizzontale di velocità.*

Fig. 18.2.4. *Rilievi della componente verticale di velocità.*

Tuttavia, si osserva che i dati sperimentali sono stati sempre meglio interpretati attraverso la teoria di Stokes del II ordine, come l'analisi degli scarti tra i valori misurati e quelli teorici hanno evidenziato.

Le analisi condotte nell'ambito di questa ricerca mettono in evidenza la difficoltà di stabilire la migliore teoria del moto ondoso da utilizzare per delle prefissate condizioni al contorno. Inoltre, risulta evidente il diverso comportamento delle non linearità tra il profilo di superficie, la componente orizzontale e quella verticale di velocità.

Si osserva che attualmente sono disponibili molte teorie che possono descrivere un campo di moto ondoso (Airy, Stokes di ordine superiore, Chakrabarti, Wheelers, metodo dello stretching, etc.). A fronte di tale abbondanza di analisi teoriche, risultano ancora scarsi i rilievi sperimentali che possano avallare le stesse. Come è noto, si veda la fig. 18.2.1, il digramma di Le Mehaute consente di delimitare le regioni di validità delle più note teorie sul moto ondoso, facendo uso dei parametri $h/(gT^2)$ e $H/(gT^2)$.

Secondo Dean (1970), è possibile che una teoria possa descrivere con accuratezza i rilievi di un profilo di superficie, ma non le componenti di velocità, o viceversa. Questa condizione di relatività della validità delle maggiori teorie non è evidente nel diagramma di Le Mehaute.

Ragone (1983), analizzando i rilievi sperimentali condotti con un sistema LDA per campi di moto ondosi descrivibili, secondo il diagramma di Le Mehaute, attraverso la teoria lineare di Airy o quella di Stokes del II ordine, osserva che, in entrambi i casi, gli

scarti tra valori calcolati e misurati risultano piuttosto modesti.

	Vel. orizzontale	Vel. verticale	Prof. di superficie
Teoria di Airy	⊙	⊙	⊙
Teoria di Stokes del II ordine	+	+	+
Teoria di Stokes del III ordine	-	++	++

Tab. 18.2.1.

Graw (1994) realizzò delle misure di velocità, con uso di un sistema LDA, di alcuni campi di moto ondosi, che, secondo il diagramma di Le Mehaute sono descrivibili attraverso la teoria di Stokes del II ordine. Facendo riferimento alle principali teorie, la tab. 18.2.1 sintetizza il giudizio del confronto tra i valori misurati e quelli teorici, secondo Graw (1994).

Dallo schema, in cui la teoria di Airy è assunta come termine di comparazione (⊙) e i segni + e - indicano, rispettivamente, un migliore o peggiore adattamento rispetto alla stessa, si evince che la teoria di Stokes del III ordine è in grado di rappresentare meglio la componente verticale di velocità. In altri termini è possibile supporre dall'analisi dei dati di Graw (1994) che le non linearità sono più evidenti sia nei profili di superficie sia

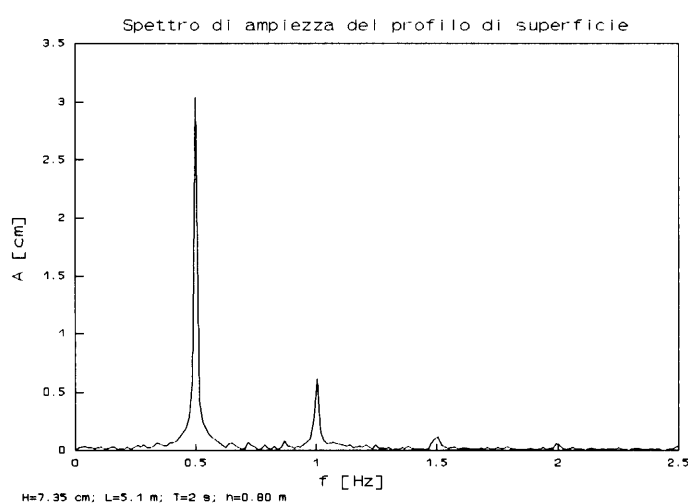


Fig. 18.3.1. *Spettro di ampiezza del profilo di superficie.*

nella componente verticale di velocità. Questa conclusione è in accordo con i risultati sperimentali della ricerca fin qui condotta presso il Dipartimento di Ingegneria delle Acque del Politecnico di Bari.

Come già messo in evidenza in precedenza, la teoria di Airy riesce a interpretare con un sufficiente grado di approssimazione i rilievi sperimentali. Questa considerazione consente di poter affermare che per i moti ondosi interagenti con i getti sia accettabile una descrizione delle onde secondo la teoria lineare, anche quando esse rientrebbero, secondo il diagramma di Le Mehaute, nella regione di validità della teoria di Stokes del II ordine. Si ribadisce che tale conclusione consente di estendere, ai fini progettuali, il campo di validità di alcuni modelli matematici (Chin, 1988) che fanno uso delle relazioni proprie della teoria di Airy per la descrizione del moto ondoso.

18.3. Analisi spettrale del profilo di superficie e delle componenti orizzontali e verticali di velocità.

In fig. 18.3.1 si riporta uno spettro di ampiezza tipico del profilo dell'onda analizzata. Lo spettro è caratterizzato da un picco a frequenza 0.5 Hz, che rappresenta la componente fondamentale, e dalle sue armoniche a frequenze multiple di 0.5 Hz. Il profilo del moto ondoso presenta, evidentemente, delle non linearità, come, del resto, si poteva affermare dalle osservazioni fatte sul diagramma di Le Mehaute.

L'analisi spettrale delle componenti di velocità mette in evidenza delle diversità di comportamento. In effetti, le componenti di velocità non sono affette nella stessa misura dalle non linearità. Le figg. 18.3.2-3, che rappresentano rispettivamente gli spettri di ampiezza delle componenti orizzontali e verticali di velocità a 22.7 cm di distanza

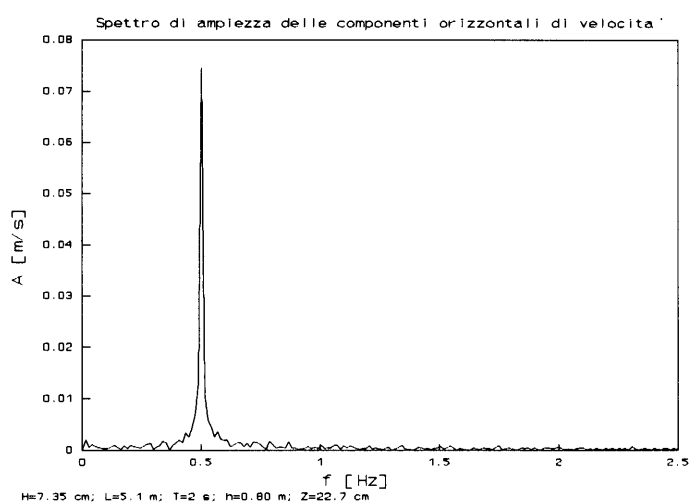


Fig. 18.3.2. Spettro di ampiezza delle componenti orizzontali di velocità.

dal fondo del canale, mostrano che le componenti verticali di velocità sono caratterizzate dalla presenza di armoniche di ordine superiore più accentuate rispetto alle corrispondenti componenti orizzontali.

Le non linearità sono state valutate anche considerando l'energia presente nell'intorno delle frequenze $f_p=0.5$ Hz, $2f_p=1$ Hz e $3f_p=1.5$ Hz. Secondo Guza e Thornton (1980), i contenuti energetici intorno a tali frequenze, indicati rispettivamente come E_1 , E_2 ed E_3 , possono essere ricavati

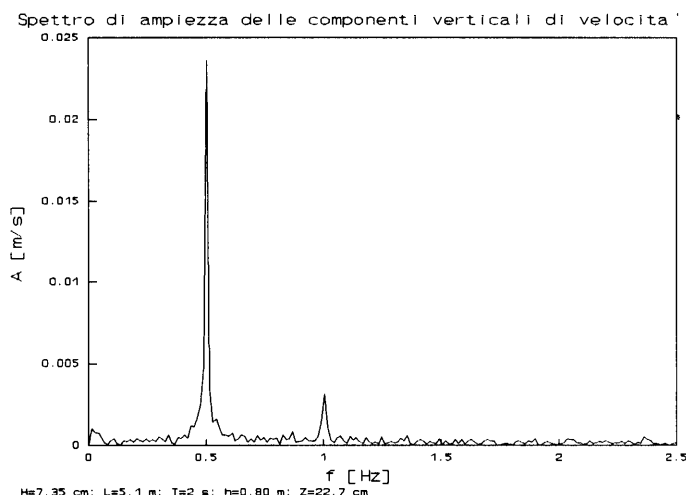


Fig. 18.3.3. Spettro di ampiezza delle componenti verticali di velocità.

integrando lo spettro negli intervalli $0.9f_p < f \leq 1.1f_p$, $0.9 \cdot 2f_p < f \leq 1.1 \cdot 2f_p$ e $0.9 \cdot 3f_p < f \leq 1.1 \cdot 3f_p$.

Utilizzando, pertanto, gli spettri di potenza del profilo di superficie del moto ondoso e delle componenti orizzontali e verticali di velocità, è possibile valutare l'energia in un intorno della componente principale (E_1) e delle sue due armoniche superiori (E_2 ed E_3), come proposto da Guza e Thornton (1980). I rapporti E_2/E_1 e E_3/E_1 valutati per le componenti di velocità sono sempre più piccoli dei corrispondenti valori calcolati per il profilo di superficie.

Inoltre, si osserva che i sopra menzionati rapporti relativi alla componente verticale di velocità ($\tilde{u}$) sono sempre più grandi dei corrispondenti rapporti per la componente orizzontale di velocità ($\tilde{v}$). In tab. 18.3.1 si riportano i valori medi di E_2/E_1 e E_3/E_1 per il profilo di superficie e per le componenti orizzontale e verticale di velocità ($\tilde{v}$ e $\tilde{u}$ rispettivamente), calcolati per i punti riportati in tab. 15.1.3.

--	--	--

	E_2/E_1	E_3/E_1
η	0.048	0.0043
$\tilde{v}$	0.0024	0.00070
$\tilde{u}$	0.034	0.0014

Tab. 18.3.1.

I valori di E_2/E_1 ed E_3/E_1 confermano le osservazioni che sono state fatte dall'analisi degli spettri riportati nelle figg. 18.3.1-3.