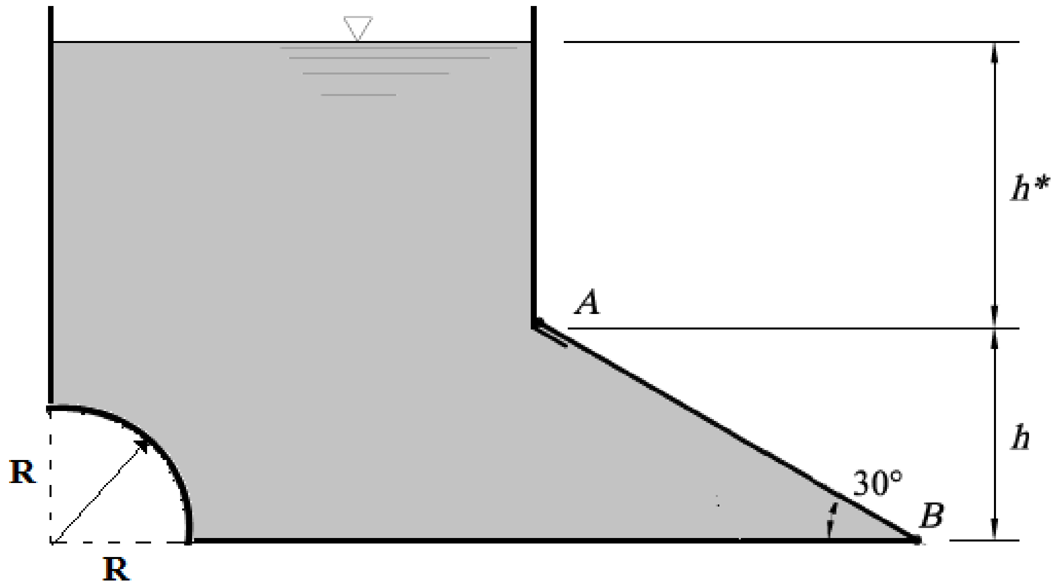
ESONERO DI IDRAULICA

Politecnico di Bari, II Facoltà di Ingegneria, Corso di Idraulica, a. a. 2011-2012

Ingegneria Civile e per l'Ambiente e il Territorio

Dato il cassone di figura, contenente acqua, determinare il valore di h* per il quale la paratoia rettangolare di traccia AB, incernierata in B e di profondità L, è in equilibrio.
Disegnare la distribuzione delle pressioni sulla paratoia rettangolare di traccia AB.
Inoltre nel cassone è presente una piastra cilindrica di raggio R e profondità L (dimensione ortogonale al foglio).
Determinare il modulo della spinta sulla piastra cilindrica e la sua inclinazione rispetto alla direzione orizzontale.

Dati:
h=1m
L=1 m
AB= 2 m
P= 19612 N *(peso della paratoia)*
γ = 9806 N/ m^3
R = 0.70 m



SOLUZIONE:

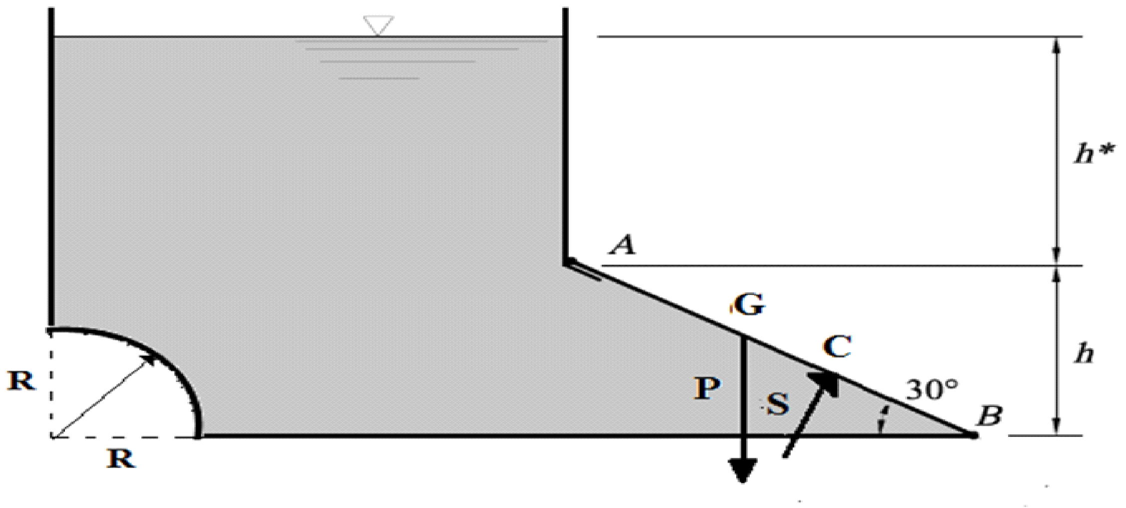
Sulla paratoia agiscono due forze:

1) la forza peso **P**, con retta di azione verticale, passante per il baricentro G della paratoia;

2) la spinta idrostatica **S**, normale alla paratoia e con centro di spinta nel punto C, sottostante il punto G

Condizione necessaria per l'equilibrio è che la somma dei momenti rispetto al polo B sia nulla. Si osserva che i due momenti M_P e M_S hanno verso opposto, per cui la condizione si riduce all'uguaglianza dei moduli:

$$M_P = M_S$$



Indicando con b_P il braccio della forza peso P rispetto al polo B, si ottiene che:

$M_P = |\overline{P}| \cdot b_P = |\overline{P}| \cdot \frac{\overline{AB}}{2} \cdot \cos 30 = 16984{,}49\ N$

$$M_P = |\overline{P}| \cdot b_P = |\overline{P}| \cdot \frac{\overline{AB}}{2} \cdot \cos 30 = 16984{,}49\ N$$

$$|\overline{S}| = \gamma h_0 A = 9806 \cdot (h^* + 0{,}5) \cdot 2 \cdot 1 = 9806 \cdot (2h^* + 1) N$$

$$X_B = \frac{(h^* + h)}{\sin 30} = 2h^* + 2$$

$$X_A = X_B - \overline{AB} = X_B - 2$$

$$X_C = \frac{2}{3}\left(\frac{X_B^3 - X_A^3}{X_B^2 - X_A^2}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{X_B^3 - (X_B - 2)^3}{X_B^2 - (X_B - 2)^2}\right) = \frac{4}{}\left(\frac{3h^{*2} \quad + 3h^* + 1}{6h^* + 3}\right)$$

Indicando con b_S il braccio della forza peso S rispetto al polo B, si ottiene che:

$$b_S = X_B - X_C \quad = 2h^* + 2 - \left(\frac{12h^{*2} \quad + 12h^* + 4}{6h^* + 3}\right) = \frac{6h^* + 2}{6h^* + 3}$$

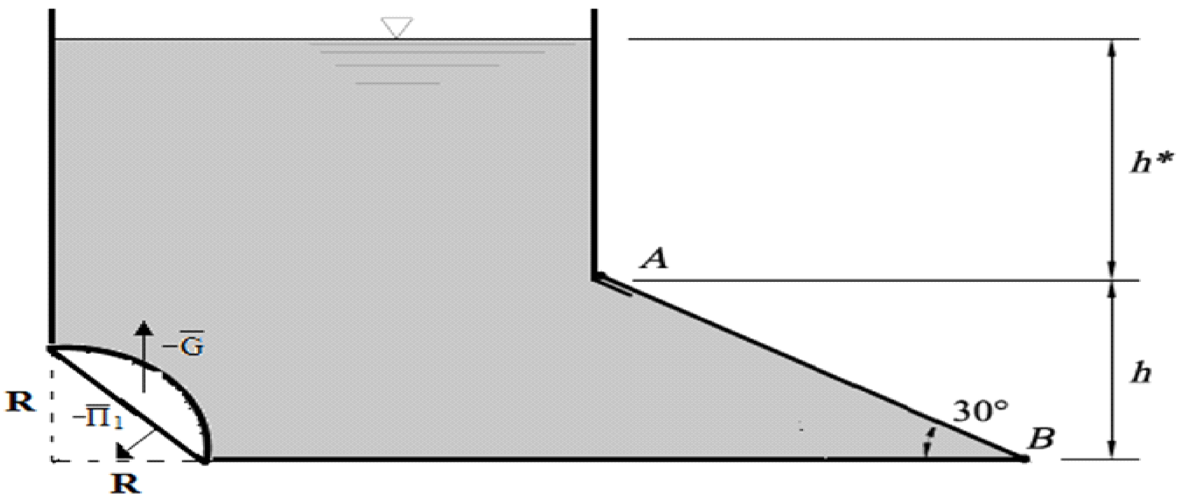
$$M_S = |\overline{S}| \cdot b_S = 9806 \cdot (2h^* + 1) \cdot \frac{6h^* + 2}{6h^* + 3}$$

$$M_S = M_P$$

$$9806 \cdot (2h^* + 1) \cdot (6h^* + 2) = 16984{,}49\big(3(2h^* + 1)\big)$$

$$58836h^* + 19612 = 50953{,}47$$

$$h^* = 0{,}52\ m$$



$$\overline{S} = -\overline{\Pi_1} - \overline{G}$$

$$|-\overline{\Pi_1}| = \gamma h_0 A = 9806\left(h^* + h - \frac{0{,}70}{2}\right) = 11339{,}65N$$

$$|-\overline{G}| = \gamma\left(\frac{1}{4}W_{cilindro} - W_{prisma}\right) = \gamma\left(\frac{\pi R^2}{4}L - \frac{R^2}{2}L\right) = 1369{,}4N$$

$$|\bar{S}|_O = |-\overline{\Pi_1}|_O = |-\overline{\Pi_1}| \cos 45 = 8018{,}34\ N$$

$$|\bar{S}|_V = |-\overline{\Pi_1}|_V - |\bar{G}|_V = \quad 8018{,}34 - 1369{,}4 = 6648{,}94\ N$$

$$\beta = arctg \frac{|\bar{S}|_V}{|\bar{S}|_O} = 39{,}6^{\circ}$$