

A.A. 2018/19
Corso di Laurea Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
Idraulica Ambientale

Esonero sulle SPINTE DINAMICHE
Traccia A

Calcolare la spinta S esercitata dal liquido in movimento sulla superficie della diramazione illustrata in figura (indicata in grassetto), avente sezioni di entrata e uscita circolari, assumendo che il liquido sia ideale, incomprimibile, con densità ρ , in moto permanente e che sulle sezioni di ingresso e uscita la corrente sia lineare.

Calcolare inoltre la spinta su di una piastra piana posta innanzi alla sezione di uscita, avente asse di simmetria inclinato di θ° rispetto all'asse del getto, che si allontana con velocità $v=2$ m/s.

DATI:

$$Q=0.75 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$p_e=150000 \text{ Pa}$$

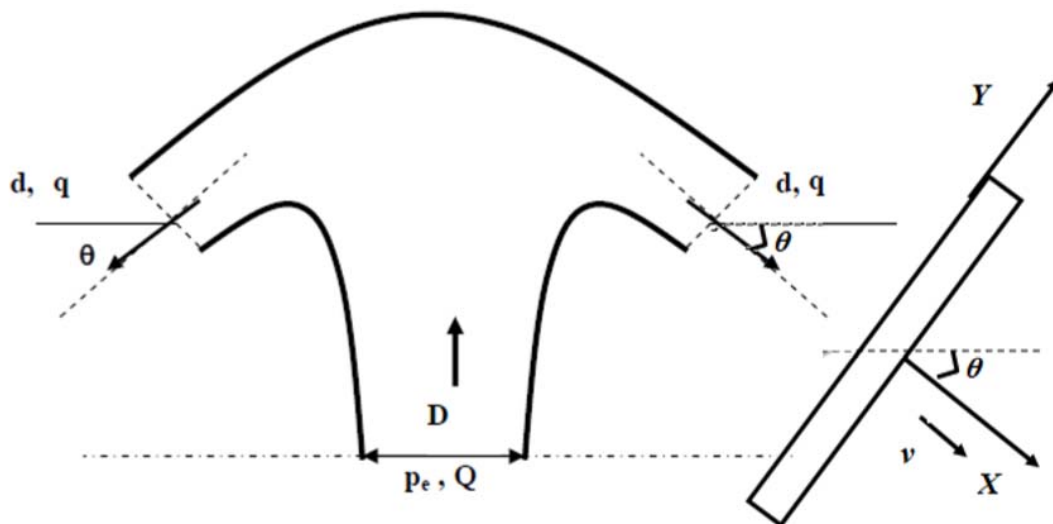
$$D=0.5 \text{ m}$$

$$d=0.3 \text{ m}$$

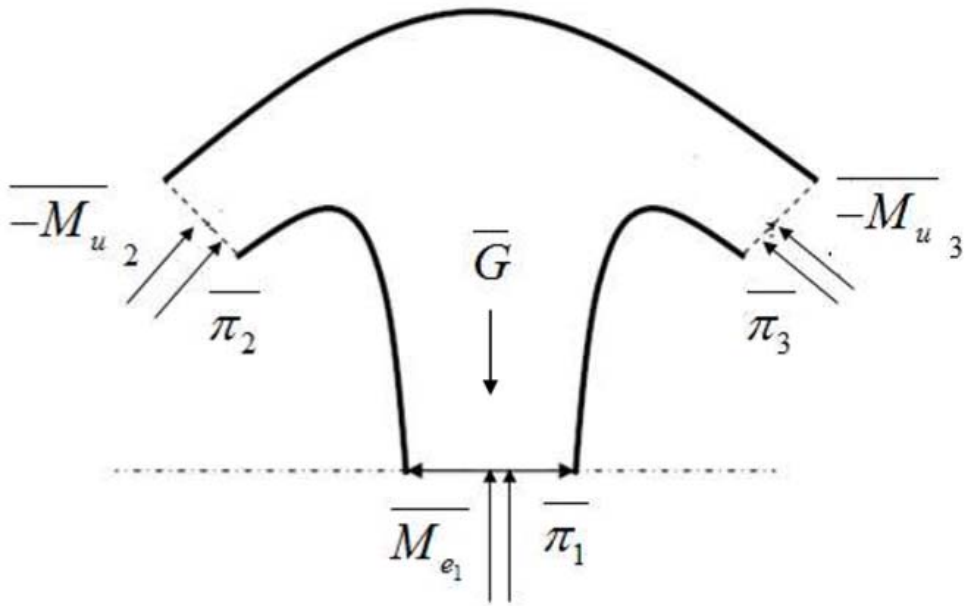
$$\text{Volume della diramazione, } W=0.3 \text{ m}^3,$$

$$\theta=45^\circ$$

$$\rho=1000 \text{ kg/ m}^3$$



SOLUZIONE



$$|\overline{\pi_1}| = p_e \cdot A_1 = 29437.5 N$$

$$|\overline{\pi_2}| = |\overline{\pi_3}| = 0 N \quad \text{Getto in aria}$$

$$|\overline{M_{e_1}}| = \rho \frac{Q^2}{A_1} = 2869.9 N$$

$$A_1 = \frac{\pi(0.5)^2}{4} = 0.196 m^2$$

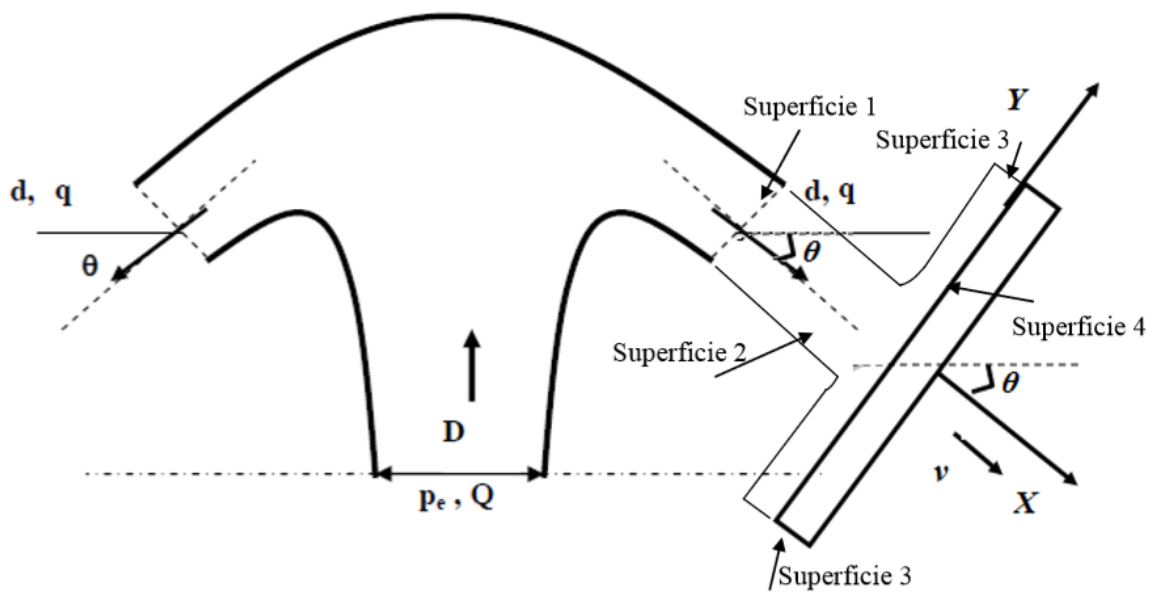
$$|\overline{M_u}|_2 = |\overline{M_u}|_3 = \rho \frac{\left(\frac{Q}{2}\right)^2}{\frac{\pi(0.3)^2}{4}} = 1980.6 N$$

$$|\overline{G}| = \gamma W = 2940 N$$

$$|\overline{S_0}| = 0 N \quad \left(|\overline{M_u}|_{2,x} = |\overline{M_u}|_{3,x} \quad \text{uguali ed opposti} \right)$$

$$|\overline{S_V}| = |\overline{\pi_1}| + |\overline{M_{e_1}}| - |\overline{G}| + 2|\overline{M_u}|_{2,y} = 30767.9 N$$

Si applichi l'equazione globale al volume di controllo W riportato in figura:



Il volume W è delimitato dalle quattro superfici 1,2,3,4, per cui l'equazione di equilibrio è data (condizione di moto permanente in un sistema di riferimento solidale alla piastra piana):

$$\vec{\pi}_1 + \vec{\pi}_2 + \vec{\pi}_3 + \vec{\pi}_4 + \vec{G} + \vec{M}_e - \vec{M}_u = \vec{0}$$

Tenendo conto che la superficie 2 è a contatto con l'atmosfera e che la superficie 1 è verticale con il bordo a pressione atmosferica:

$$\vec{\pi}_4 + \vec{M}_e = \vec{0}$$

$\vec{\pi}_4$ è la forza esercitata dalla piastra piana sulla superficie, per cui la spinta cercata è pari a:

$$\vec{S} = -\vec{\pi}_4$$

quindi:

$$\vec{S} = \vec{M}_e$$

La spinta esercitata sulla piastra è diretta nello stesso verso del flusso della quantità di moto.

In dettaglio:

$$\left| \vec{S} \right| = \left| \vec{M}_e \right| = \rho (V - v)^2 A = 1000 \cdot (5.28 - 2)^2 \cdot 0.071 = 764 N$$

$$A = \frac{\pi (0.3)^2}{4} = 0.071 m^2$$

$$V = \frac{Q}{A} = 5.28 \text{ m/s}$$